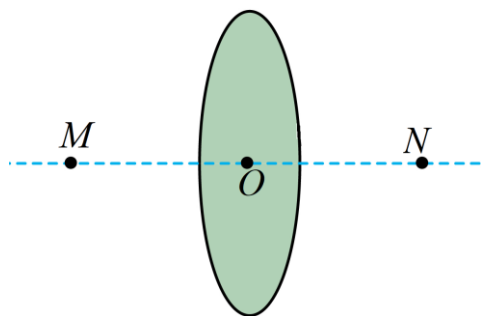


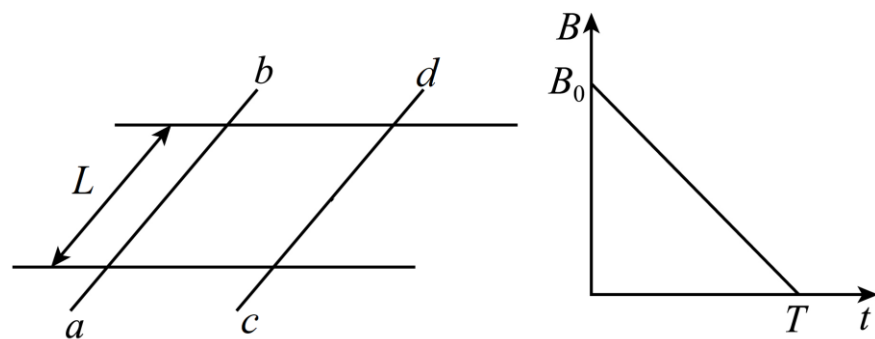
- A. 外力 F 保持不变
 B. 密封气体内能增加
 C. 密封气体对外做正功
 D. 密封气体的末态压强是初态的 2 倍

4. 如图所示，在磁感应强度大小为 B 匀强磁场中，放置一通电圆线圈，圆心为 O 点，线圈平面与磁场垂直。在圆线圈的轴线上有 M 和 N 两点，它们到 O 点的距离相等。已知 M 点的总磁感应强度大小为零，则 N 点的总磁感应强度大小为 ()



- A. 0
 B. B
 C. $2B$
 D. $3B$

5. 如图 (a) 所示，相距 L 两足够长平行金属导轨放在同一水平面内，两长度均为 L 、电阻均为 R 的金属棒 ab 、 cd 垂直跨放在两导轨上，金属棒与导轨接触良好。导轨电阻忽略不计。导轨间存在与导轨平面垂直的匀强磁场，其磁感应强度大小 B 随时间变化的图像如图 (b) 所示， $t = T$ 时刻， $B = 0$ 。 $t = 0$ 时刻，两棒相距 x_0 ， ab 棒速度为零， cd 棒速度方向水平向右，并与棒垂直，则 $0 \sim T$ 时间内流过回路的电荷量为 ()



- A. $\frac{B_0 L x_0}{4R}$
 B. $\frac{B_0 L x_0}{2R}$
 C. $\frac{B_0 L x_0}{R}$
 D. $\frac{2B_0 L x_0}{R}$

6. 某网球运动员两次击球时，击球点离网的水平距离均为 L ，离地高度分别为 $\frac{L}{2}$ 、 L ，网球离开球拍瞬间的速度大小相等，方向分别斜向上、斜向下，且与水平方向夹角均为 θ 。击球后网球均刚好直接掠过球网，运动轨迹平面与球网垂直，忽略空气阻力， $\tan \theta$ 的值为 ()

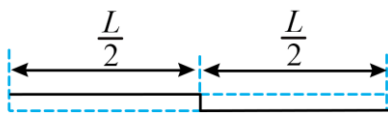
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

7. 一个宽为 L 的双轨推拉门由两扇宽为 $\frac{L}{2}$ 的门板组成。门处于关闭状态，其俯视图如图（a）所示。某同学用与门板平行的水平恒定拉力作用在一门板上，一段时间后撤去拉力，该门板完全运动到另一边，且恰好不与门框发生碰撞，其俯视图如图（b）所示。门板在运动过程中受到的阻力与其重力大小之比为 μ ，重力加速度大小为 g 。若要门板的整个运动过程用时尽量短，则所用时间趋近于（ ）



图（a）



图（b）

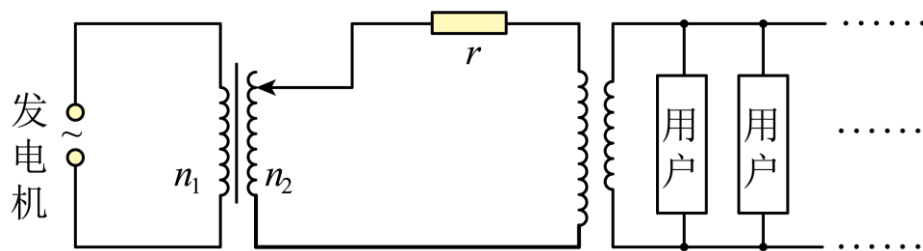
A. $\sqrt{\frac{L}{2\mu g}}$

B. $\sqrt{\frac{L}{\mu g}}$

C. $\sqrt{\frac{2L}{\mu g}}$

D. $2\sqrt{\frac{L}{\mu g}}$

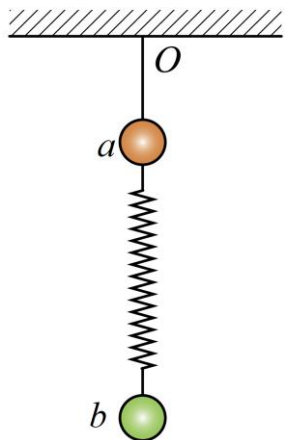
8. 在如图所示的输电线路中，交流发电机的输出电压一定，两变压器均为理想变压器，左侧升压变压器的原、副线圈匝数分别为 n_1 、 n_2 ，两变压器间输电线路电阻为 r 。下列说法正确的是（ ）

A. 仅增加用户数， r 消耗的功率增大

B. 仅增加用户数，用户端的电压增大

C. 仅适当增加 n_2 ，用户端的电压增大D. 仅适当增加 n_2 ，整个电路消耗的电功率减小

9. 质量均为 m 小球 a 和 b 由劲度系数为 k 的轻质弹簧连接，小球 a 由不可伸长的细线悬挂在 O 点，系统处于静止状态，如图所示。将小球 b 竖直下拉长度 l 后由静止释放。重力加速度大小为 g ，忽略空气阻力，弹簧始终在弹性限度内。释放小球 b 后（ ）

A. 小球 a 可能会运动B. 若小球 b 做简谐运动，则其振幅为 $\frac{l}{2}$

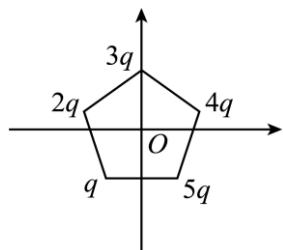
C. 当且仅当 $l \leq \frac{mg}{k}$ 时, 小球 b 才能始终做简谐运动

D. 当且仅当 $l \leq \frac{2mg}{k}$ 时, 小球 b 才能始终做简谐运动

动

10. 如图所示, 在 xOy 平面内有一以 O 点为中心的正五边形, 顶点到 O 点的距离为 R 。在正五边形的顶点上顺时针方向依次固定电荷量为 q 、 $2q$ 、 $3q$ 、 $4q$ 、 $5q$ 的正点电荷, 且电荷量为 $3q$ 的电荷在 y 轴正半轴上。静电力常量为 k , 则 O 点处的电场强度 ()

()



A. 方向沿 x 轴负方向

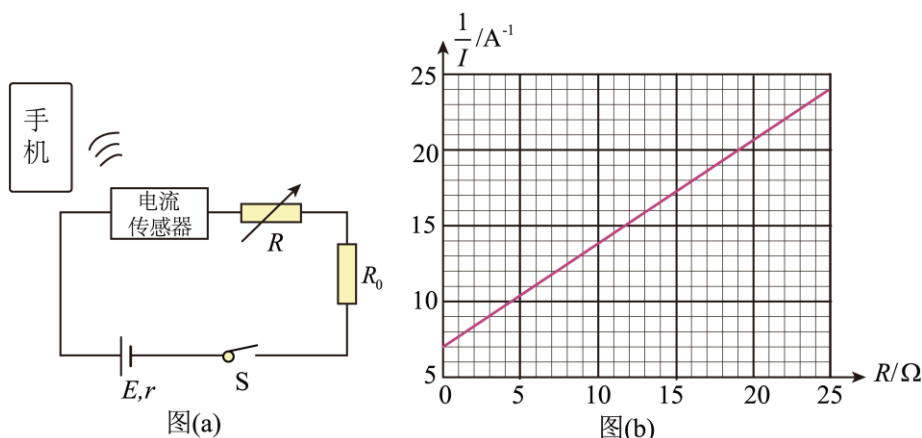
B. 方向与 x 轴负方向成 18° 夹角斜向下

C. 大小为 $\frac{2kq}{R^2}(\cos 54^\circ + \cos 18^\circ)$

D. 大小为 $\frac{2kq}{R^2}(2\cos 54^\circ + \cos 18^\circ)$

二、非选择题: 本题共 5 小题, 共 60 分。

11. 某实验小组为测量一节干电池的电动势 E 和内阻 r , 设计了如图 (a) 所示电路, 所用器材如下: 干电池、智能手机、电流传感器、定值电阻 R_0 、电阻箱、开关、导线等。按电路图连接电路, 将智能手机与电流传感器通过蓝牙无线连接, 闭合开关 S , 逐次改变电阻箱的阻值 R , 用智能手机记录对应的电流传感器测得的电流 I 。回答下列问题:



(1) R_0 在电路中起_____ (填“保护”或“分流”) 作用。

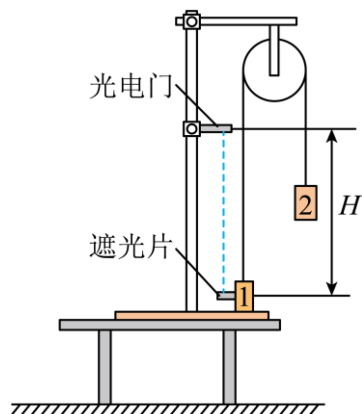
(2) $\frac{1}{I}$ 与 E 、 r 、 R 、 R_0 的关系式为 $\frac{1}{I} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) 根据记录数据作出 $\frac{1}{I} - R$ 图像, 如图 (b) 所示。已知 $R_0 = 9.0 \Omega$, 可得 $E =$ _____ V (保留三位有效数字),

$r =$ _____ Ω (保留两位有效数字)

(4) 电流传感器的电阻对本实验干电池内阻的测量结果 _____ (填“有”或“无”) 影响。

12. 某同学利用如图 (a) 所示的实验装置来测量重力加速度大小 g 。细绳跨过固定在铁架台上不可转动的小圆柱体, 两端各悬挂一个重锤。实验步骤如下:

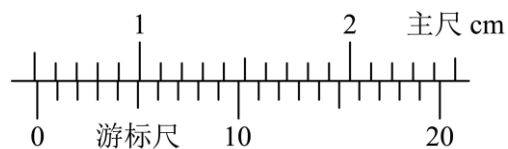


图(a)

- ①用游标卡尺测量遮光片的宽度 d 。
- ②将遮光片固定在重锤 1 上, 用天平测量重锤 1 和遮光片的总质量 m 、重锤 2 的质量 M ($M > m$)。
- ③将光电门安装在铁架台上, 将重锤 1 压在桌面上, 保持系统静止, 重锤 2 离地面足够高。用刻度尺测量遮光片中心到光电门的竖直距离 H 。
- ④启动光电门, 释放重锤 1, 用毫秒计测出遮光片经过光电门所用时间 t 。
- ⑤根据上述数据求出重力加速度 g 。
- ⑥多次改变光电门高度, 重复步骤, 求出 g 的平均值。

回答下列问题:

(1) 测量 d 时, 游标卡尺的示数如图 (b) 所示, 可知 _____ cm。



图(b)

(2) 重锤 1 通过光电门时的速度大小为 $v =$ _____ (用遮光片 d 、 t 表示)。若不计摩擦, g 与 m 、 M 、 d 、 t 、 H 的关系式为 _____。

(3) 实验发现, 当 M 和 m 之比接近于 1 时, g 的测量值明显小于真实值。主要原因是圆柱体表面不光滑, 导致跨过圆柱体的绳两端拉力不相等。理论分析表明, 圆柱体与绳之间的动摩擦因数很小时, 跨过圆柱体的绳两

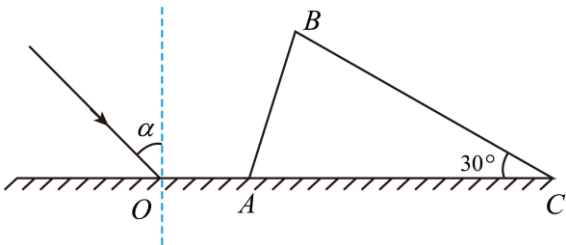
端拉力差 $\Delta T = 4\gamma \frac{Mm}{M+m} g$, 其中 γ 是只与圆柱体表面动摩擦因数有关的常数。保持 $M + m = 2m_0$ 不变, 其

中 $M = (1 + \beta)m_0$, $m = (1 - \beta)m_0$ 。 β 足够小时, 重锤运动的加速度大小可近似表示为 $a = (\beta - \gamma)g$ 。调整

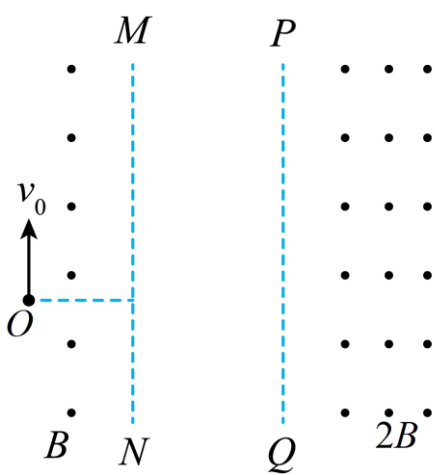
两重锤的质量，测得不同 β 时重锤的加速度大小 a ，结果如下表。根据表格数据，采用逐差法得到重力加速度大小 $g = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/s}^2$ （保留三位有效数字）。

β	0.04	0.06	0.08	0.10
$a/(\text{m/s}^2)$	0.084	0.281	0.477	0.673

13. 如图所示，三角形 ABC 是三棱镜的横截面， $AC = BC$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，三棱镜放在平面镜上， AC 边紧贴镜面。在纸面内，一光线入射到镜面 O 点，入射角为 α ， O 点离 A 点足够近。已知三棱镜的折射率为 $\sqrt{2}$ 。



- (1) 当 $\alpha = 45^\circ$ 时，求光线从 AB 边射入棱镜时折射角的正弦值；
- (2) 若光线从 AB 边折射后直接到达 BC 边，并在 BC 边刚好发生全反射，求此时的 α 值
14. 如图所示，两平行虚线 MN 、 PQ 间无磁场。 MN 左侧区域和 PQ 右侧区域内均有垂直于纸面向外的匀强磁场，磁感应强度大小分别为 B 和 $2B$ 。一质量为 m 、电荷量为 q 的带正电粒子从 MN 左侧 O 点以大小为 v_0 的初速度射出，方向平行于 MN 向上。已知 O 点到 MN 的距离为 $\frac{3mv_0}{2qB}$ ，粒子能回到 O 点，并在纸面内做周期性运动。不计重力，求



- (1) 粒子在 MN 左侧区域中运动轨迹的半径；
- (2) 粒子第一次和第二次经过 PQ 时位置的间距；
- (3) 粒子的运动周期
15. 如图所示，一足够长的平直木板放置在水平地面上，木板上有 $3n$ （ n 是大于 1 的正整数）个质量均为 m 的相同小滑块，从左向右依次编号为 1、2、 $\cdots$ 、 $3n$ ，木板的质量为 nm 。相邻滑块间的距离均为 L ，木板与地面之

间的动摩擦因数为 μ ，滑块与木板间的动摩擦因数为 2μ 。初始时木板和所有滑块均处于静止状态。现给第1个滑块一个水平向右的初速度，大小为 $\sqrt{\beta\mu gL}$ （ β 为足够大常数， g 为重力加速度大小）。滑块间的每次碰撞时间极短，碰后滑块均会粘在一起继续运动。最大静摩擦力等于滑动摩擦力。



(1) 求第1个滑块与第2个滑块碰撞前瞬间，第1个滑块 速度大小

(2) 记木板滑动前第 j 个滑块开始滑动时 速度为 v_j ，第 $j+1$ 个滑块开始滑动时的速度为 v_{j+1} 。用已知量和 v_j 表示 v_{j+1} 。

(3) 若木板开始滑动后，滑块间恰好不再相碰，求 β 的值。（参考公式：

$$1^2 + 2^2 + \cdots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)$$

参考答案

1.

【答案】C

【解析】

【详解】A. 根据质量数与电荷数守恒可知，该物质为 $^{18}_8\text{O}$ ，故 A 错误；

B. 核聚变是轻核结合成重核的过程（如氢弹原理）。本题中的衰变是单个原子核自发转变为另一种原子核，属于放射性衰变（具体为 β^+ 衰变），而非核聚变，故 B 错误；

C. 1g 该物质经过 110min 即一个衰变周期，则有一半发生衰变，该物质质量变为 0.5g，故 C 正确；

D. $^0_0\nu$ 不带电，在磁场中不偏转，故 D 错误。

故选 C。

2.

【答案】A

【解析】

【详解】根据卫星做圆周运动的向心力等于万有引力可知 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r = ma$

$$\text{可得 } T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}, \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \quad a = \frac{GM}{r^2}$$

因 $r_{\text{甲}} < r_{\text{乙}}$ ，可知卫星甲、乙运动的周期 $T_{\text{甲}} < T_{\text{乙}}$

线速度关系 $v_{\text{甲}} > v_{\text{乙}}$

角速度关系 $\omega_{\text{甲}} > \omega_{\text{乙}}$

向心加速度关系 $a_{\text{甲}} > a_{\text{乙}}$

故选 A。

3.

【答案】B

【解析】

【详解】A. 气体温度升高，体积减小，根据 $\frac{pV}{T} = C$

气体压强变大，则外力 F 增加，选项 A 错误；

B. 气体温度升高，则气体内能变大，即 ΔU 增加，选项 B 正确；

C. 气体体积减小，则外界对气体做功，选项 C 错误；

D. 根据 $\frac{pV}{T} = C$

热力学温度变为原来的 2 倍，体积减小，则气体压强大于原来的 2 倍，选项 D 错误。

故选 B。

4.

【答案】A

【详解】由右手螺旋定则及对称性可知，环形电流在 N 点产生的磁场，磁感应强度与 M 点等大同向。由于 M 点磁感应强度为零，由矢量合成法则可知环境中匀强磁场与 M 点磁场等大反向，即匀强磁场与 N 点的磁场等大反向， N 点的磁感应强度为 0。

故选 A

5.

【答案】B

【详解】通过导体的电荷量 $q = \bar{I} \Delta t$

$$\text{而 } \bar{I} = \frac{\bar{E}}{2R}$$

$$t = T \text{ 时, 磁感应强度为零, 故 } \bar{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B_0 l x_0 - 0}{T}$$

$$\text{联立以上各式, 可得 } q = \frac{B_0 l x_0}{2R}$$

故选 B。

6.

【答案】C

【解析】

【详解】网球水平方向上做匀速直线运动，有 $t = \frac{L}{v_0 \cos \theta}$

设球网高度为 h ，则对 A 点发出的球，有 $L - h = v_0 \sin \theta \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$

对 B 点发出的球，有 $\frac{L}{2} - h = -v_0 \sin \theta \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$

$$\text{联立以上各式, 可得 } \tan \theta = \frac{1}{4}$$

故选 C。

7.

【答案】B

【详解】设拉力为 F ，作用时间为 t_1 ，撤去外力后 AB 运动的时间为 t_2 ， AB 运动过程的最大速度为 v_m ，则由动量定理，有 $(F - \mu mg)t_1 = mv_m$

$$\text{得 } t_1 = \frac{mv_m}{F - \mu mg}$$

撤销拉力后，有 $\mu mgt_2 = mv_m$

$$\text{得 } t_2 = \frac{v_m}{\mu g}$$

对于全过程，有 $Ft_1 = \mu mgt$

$$\text{得 } F = \frac{\mu mgt}{t_1}$$

对于全过程有 $\frac{L}{2} = \frac{v_m t}{2}$

故 AB 运动的总时间

$$t = t_1 + t_2 = \frac{mv_m}{F - \mu mg} + \frac{v_m}{\mu g} = \frac{mv_m}{\frac{\mu mgt}{t_1} - \mu mg} + \frac{v_m}{\mu g} = \frac{v_m}{\mu g} \cdot \frac{t}{t - t_1} = \frac{v_m t}{\mu g} \cdot \frac{1}{t - t_1} = \frac{L}{\mu g t_2}$$

可知当 t_2 越大时， t 越小，当 $t_2 = t$ 时， t 取最小值。

$$\text{则 } t_{\min}^2 = \frac{L}{\mu g}$$

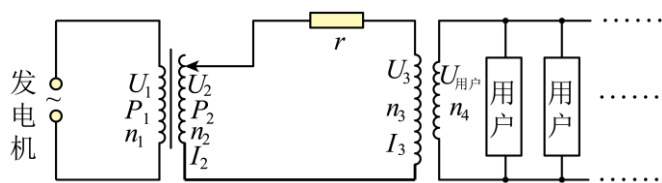
$$\text{则 } t_{\min} = \sqrt{\frac{L}{\mu g}}$$

故选 B。

8.

【答案】AC

【详解】A. 整个电路物理量标注如图



设用户端总电阻为 $R_{\text{用户}}$ ，降压器输入端等效为电阻 R_x ，则有 $I_3^2 R_x = I_4^2 R_{\text{用户}}$

因为 $I_3 n_3 = I_4 n_4$

其中 $I_2 = I_3$ ，则对于输电线有 $I_2 = \frac{U_2}{r + R_x}$

联立整理可得
$$I_2 = \frac{U_2}{r + \left(\frac{n_3}{n_4}\right)^2 R_{\text{用户}}}$$

仅增加用户数，则 $R_{\text{用户}}$ 减小，可知 I_2 增大，根据 $\Delta P = I_2^2 r$

可知 r 消耗的功率增大，故 A 正确；

B. 仅增加用户数， I_2 增大，根据 $U_3 = U_2 - I_2 r$

可知 U_3 减小，根据用户端的电压 $U_4 = \frac{n_4}{n_3} U_3$

可知用户端的电压减小，故 B 错误；

C. 仅适当增加 n_2 ，根据 $U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1$

可知 U_2 增大，根据
$$I_2 = \frac{U_2}{r + \left(\frac{n_3}{n_4}\right)^2 R_{\text{用户}}}$$

可知 I_2 增大，根据 $U_3 = I_2 R_x$

可知 U_3 增大，根据用户端的电压 $U_4 = \frac{n_4}{n_3} U_3$

可知用户端的电压增大，故 C 正确；

D. 由 C 选项可知，仅适当增加 n_2 ， I_2 增大，整个电路消耗的电功率 $P_1 = P_2 = U_2 I_2$

由于 U_2 增大，故整个电路消耗的电功率变大，故 D 错误。

故选 AC。

9.

【答案】AD

【解析】

【详解】B. 如果 A 球不动而 B 球单独振动则 B 球做简谐振动，简谐振动的平衡位置合力为零，即 B 球初始时刻位置，则可知 B 的振幅为 l ，B 错误；

ACD. A 球发生运动的临界条件为弹簧对 A 球向上的弹力大于 A 球的重力，则此时对 A 球有 $kx_0 = mg$

对 B 球有此时加速度 $kx_0 + mg = ma$

由简谐振动的对称性可得向下拉到最低点松手释放的加速度也为 a ，则有 $kl = ma$

解得 $l = \frac{2mg}{k}$

即 $l \leq \frac{2mg}{k}$ ，否则 A 球会发生运动，AD 正确，C 错误。

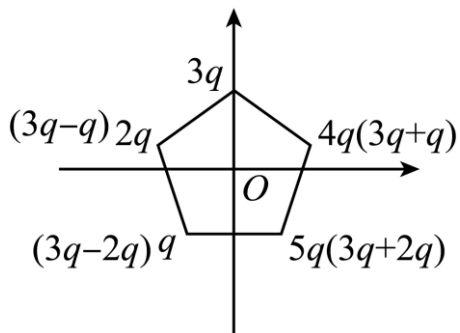
故选 AD。

10.

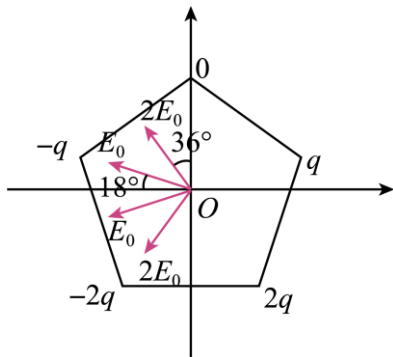
【答案】AD

【解析】

【详解】由题意可知，如图



将五个点电荷等效成



五个点电荷与 O 点距离为 R ，设 $E_0 = \frac{kq}{R^2}$

则 O 点场强大小为 $E = 2 \times 2E_0 \cos 54^\circ + 2E_0 \cos 18^\circ$

代入可得 $E = 2 \frac{kq}{R^2} (2 \cos 54^\circ + \cos 18^\circ)$

方向沿 x 轴负方向；

故选 AD。

11.

【答案】(1) 保护 (2) $\frac{R}{E} + \frac{R_0 + r}{E}$

(3) ①. 1.47 ②. 1.3

(4) 有

【解析】

【小问 1 详解】

R_0 与电阻箱串联，可知， R_0 在电路中起保护作用。

【小问 2 详解】

根据闭合电路欧姆定律 $E = I(R + R_0 + r)$

化简可得 $\frac{1}{I} = \frac{R}{E} + \frac{R_0 + r}{E}$

【小问 3 详解】

[1][2]结合上述有 $\frac{1}{I} = \frac{R}{E} + \frac{R_0 + r}{E}$

结合图 (b) 有 $\frac{1}{E} = \frac{24-7}{25-0} V^{-1}$, $\frac{R_0 + r}{E} = 7 A^{-1}$

解得 $E \approx 1.47 V$, $r \approx 1.3 \Omega$

【小问 4 详解】

当电流传感器有内阻时, 所测的电源内阻 $r_{\text{测}} = r_{\text{真}} + r_{\text{传}}$

导致电源内阻测量值偏大, 即电流传感器的电阻对本实验干电池内阻的测量结果有影响。

12.

【答案】(1) 0.515

(2) ①. $\frac{d}{t}$ ②. $\frac{(M+m)d^2}{2(M-m)Ht^2}$

(3) 9.81

【解析】

【小问 1 详解】

根据游标卡尺的读数规律, 该游标卡尺的读数为 $5\text{mm} + 0.05 \times 3\text{mm} = 5.15\text{mm} = 0.515\text{cm}$

【小问 2 详解】

[1]根据光电门的测速原理, 重锤 1 通过光电门时的速度大小为 $v = \frac{d}{t}$

[2]对重锤 1 与重锤 2 构成的系统进行分析, 根据系统机械能守恒定律有 $(M-m)gH = \frac{1}{2}(M+m)v^2$

其中 $v = \frac{d}{t}$

解得 $g = \frac{(M+m)d^2}{2(M-m)Ht^2}$

【小问 3 详解】

由于 γ 是只与圆柱体表面动摩擦因数有关的常数, 且有 $a = (\beta - \gamma)g = g\beta - g\gamma$

取表格从左至右四组数据分别为 a_1, a_2, a_3, a_4 和对应的 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$

利用表格中的数据, 根据逐差法有 $a_4 + a_3 - a_2 - a_1 = (\beta_4 + \beta_3 - \beta_2 - \beta_1)g$

带入数据可则重力加速度 $g = 9.81\text{m/s}^2$

13.

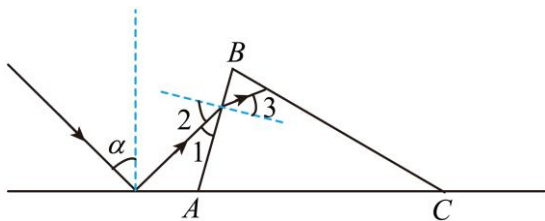
【答案】(1) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(2) 60°

【解析】

【小问 1 详解】

作出光路图，如图所示



由几何关系可知 $\angle BAC = \frac{180^\circ - \angle C}{2} = 75^\circ$

$$\angle 1 = \angle BAC - (90^\circ - \alpha) = 30^\circ$$

所以在 AB 边的入射角为 $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = 60^\circ$

由光的折射定律 $n = \frac{\sin \angle 2}{\sin \angle 3}$

解得光线从 AB 边射入棱镜时折射角的正弦值为 $\sin \angle 3 = \frac{\sqrt{6}}{4}$

【小问 2 详解】

根据 $\sin C' = \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

可得 $C' = 45^\circ$

则 AB 边的折射角为 $\angle 3' = 90^\circ - [180^\circ - (75^\circ + 90^\circ - 45^\circ)] = 30^\circ$

根据折射定律可知 AB 边的入射角满足 $n = \frac{\sin \angle 2'}{\sin \angle 3'}$

解得 $\angle 2' = 45^\circ$

根据几何关系可知恰好发生全反射时的入射角为 $\alpha' = 90^\circ - [\angle BAC - (90^\circ - \angle 2')] = 60^\circ$

14.

【答案】(1) $R = \frac{mv_0}{qB}$

(2) $x = \frac{\sqrt{3}mv_0}{2qB}$

(3) $\frac{5\pi m}{3qB} + \frac{\sqrt{3}m}{qB}$

【解析】

【小问 1 详解】

粒子在左侧磁场中运动，根据洛伦兹力提供向心力有 $qv_0B = \frac{mv_0^2}{R}$

可得 $R = \frac{mv_0}{qB}$

【小问 2 详解】

粒子在左侧磁场运动，设从 MN 射出时速度方向与 MN 的夹角为 θ ，由于 O 到 MN 的距离 $d = \frac{3mv_0}{2qB}$ ，结合

$R = \frac{mv_0}{qB}$ ，根据几何关系可知 $\theta = 60^\circ$ ；

粒子在 MN 和 PQ 之间做匀速直线运动，所以粒子从 PQ 进入右侧磁场时与 PQ 的夹角 $\theta = 60^\circ$ ；粒子在右侧磁

场做匀速圆周运动有 $qv_0 \cdot 2B = \frac{mv_0^2}{R'}$

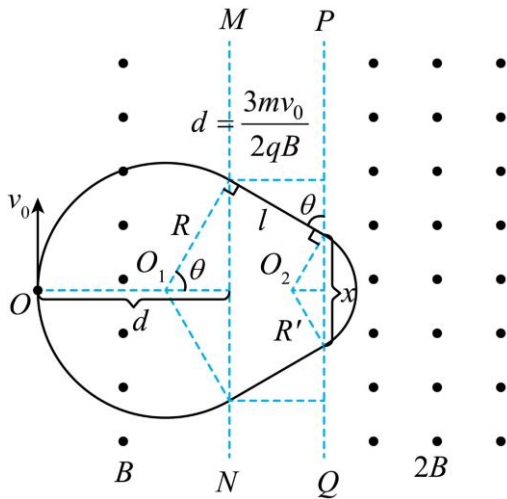
解得 $R' = \frac{mv_0}{2qB}$

根据几何关系可知粒子第一次和第二次经过 PQ 时位置的间距 $x = \sqrt{3}R' = \frac{\sqrt{3}mv_0}{2qB}$

【小问 3 详解】

由图可知粒子在左边磁场运动的时间 $t_1 = \frac{2}{3}T_1 = \frac{2}{3} \times \frac{2\pi m}{qB} = \frac{4\pi m}{3qB}$

粒子在右边磁场运动的时间 $t_2 = \frac{1}{3}T_2 = \frac{1}{3} \times \frac{2\pi m}{2qB} = \frac{\pi m}{3qB}$



根据对称性可知粒子在 MN 左侧进出磁场的距离 $x_0 = \sqrt{3}R = \frac{\sqrt{3}mv_0}{qB}$

所以粒子从 MN 到 PQ 过程中运动的距离为 $l = \frac{\sqrt{3}R - \sqrt{3}R'}{2\cos\theta} = \frac{\sqrt{3}mv_0}{2qB}$

粒子在 MN 和 PQ 之间运动的时间 $t_3 = \frac{2l}{v_0} = \frac{\sqrt{3}m}{qB}$

综上可知粒子完成完整运动回到 O 点的周期为 $T = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{5\pi m}{3qB} + \frac{\sqrt{3}m}{qB}$

15.

【答案】(1) $v_1 = \sqrt{(\beta - 4)\mu gL}$

(2) $v_{j+1} = \frac{j}{j+1} \sqrt{v_j^2 - 4\mu gL}$

(3) $\beta = \frac{4n(2n+1)(8n^2+10n+5)}{3(2n-1)}$

【解析】

【小问 1 详解】

滑块 1 运动时，对木板的摩擦力为 $f_1 = 2\mu mg$

地面对木板的摩擦力为 $f_2 = 4\mu nmg$

所以此过程中木板保持不动；每个滑块之间距离为 L ，所以对滑块 1 根据动能定理有 $-2\mu mgL = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

解得 $v_1 = \sqrt{(\beta - 4)\mu gL}$

【小问 2 详解】

滑块间碰撞时间极短，碰后滑块粘在一起运动，若长木板不动，第 j 个滑块开始运动时加速度为

$a_j = \frac{2\mu \cdot jmg}{jm} = 2\mu g$

根据运动学公式，第 j 个滑块开始滑动到和第 $j+1$ 个滑块碰撞时，有 $v_j^2 - v_j'^2 = 2a_jL$

第 j 个滑块和第 $j+1$ 个滑块碰撞过程中动量守恒有 $jmv_j' = (j+1)mv_{j+1}$

联立可得 $v_{j+1} = \frac{j}{j+1} \sqrt{v_j^2 - 4\mu gL}$

【小问 3 详解】

当第 k 个木块开始滑动时，木板恰好要滑动，此时有 $2\mu \cdot kmg = \mu(nm + 3nm)g$

解得 $k = 2n$ (n 为整数)

则第 $k+1$ 个 (即 $2n+1$) 木块开始滑动时，木板开始滑动，要刚好不发生下一次碰撞，假设木板和剩下的木块不发生相对滑动，则

$$2\mu(2n+1)mg - \mu(nm+3nm)g = [nm + (n-1)m]a_{\text{木}}$$

$$\text{则 } a = \frac{2\mu g}{2n-1} < 2\mu g$$

木板和剩下的木块不发生相对滑动。

$$\text{对前面 } k+1 \text{ 个 (即 } 2n+1 \text{) 木块, 有 } a_{k+1} = \frac{2\mu \cdot (k+1)mg}{(k+1)m} = 2\mu g$$

木板开始滑动时, 刚好不发生下一次碰撞, 则对前面 $k+1$ 个木块和 $k+2$ 个木块共速, 且相对位移恰好为 L , 则

$$\frac{v_{k+1}^2 - v_{\text{共}}^2}{2a_{k+1}} - \frac{v_{\text{共}}^2}{2a} = L$$

$$\text{则 } v_{k+1}^2 = 2nv_{\text{共}}^2 + 4\mu gL$$

$$\text{又 } v_{\text{共}} = at = v_{k+1} - 2\mu gt$$

$$\text{则 } v_{\text{共}} = \frac{v_{k+1}}{2n}$$

$$\text{则 } v_{k+1}^2 = \frac{8n\mu gL}{2n-1}$$

$$j=1 \text{ 时, 第一个滑块开始运动的速度 } v_0 = \sqrt{\beta\mu gL}, \text{ 则 } v_0^2 = \beta\mu gL$$

$$j=2 \text{ 时, 根据动量守恒定律可得 } mv_1 = 2mv_2$$

$$\text{可得第 } 2 \text{ 个滑块开始运动的速度 } v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(\beta-4)\mu gL},$$

$$\text{则 } 4v_2^2 = \beta\mu gL - 4\mu gL$$

$$\text{由第二问可得, } (j+1)^2 v_{j+1}^2 = j^2 v_j^2 - 4j^2 \mu gL, \text{ 则对第 } 3 \text{ 个滑块到第 } k+1 \text{ 个滑块有}$$

$$9v_3^2 = 4 \times v_2^2 - 4 \times 4\mu gL$$

$$16v_4^2 = 9v_3^2 - 9 \times 4\mu gL$$

$$25v_5^2 = 16 \times v_4^2 - 16 \times 4\mu gL$$

.....

$$(k+1)^2 v_{k+1}^2 = k^2 v_k^2 - k^2 \times 4\mu gL$$

将从 $j=2$ 到 $j=k+1$ 相关方程累积求和可得

$$(k+1)^2 v_{k+1}^2 = \beta\mu gL - 4\mu gL [1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + k^2] = \beta\mu gL - \frac{2k(k+1)(2k+1)}{3} \mu gL$$

$$\text{联立 } v_{k+1}^2 = \frac{8n\mu gL}{2n-1}, \quad k = 2n$$

$$\text{可得 } \beta = \frac{4n(2n+1)(8n^2+10n+5)}{3(2n-1)}$$