

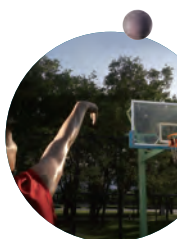
普通高中教科书

物理

必修

第二册

目 录



第五章 抛体运动	1
1. 曲线运动	2
2. 运动的合成与分解	6
3. 实验：探究平抛运动的特点	10
4. 抛体运动的规律	14



第六章 圆周运动	22
1. 圆周运动	23
2. 向心力	27
3. 向心加速度	31
4. 生活中的圆周运动	35



第七章 万有引力与宇宙航行	43
1. 行星的运动	44
2. 万有引力定律	49
3. 万有引力理论的成就	55
4. 宇宙航行	59
5. 相对论时空观与牛顿力学的局限性	65



第八章 机械能守恒定律	73
1. 功与功率	74
2. 重力势能	79
3. 动能和动能定理	84
4. 机械能守恒定律	89
5. 实验：验证机械能守恒定律	95

课题研究	102
索引	106

5

第五章 抛体运动

到目前为止，我们只研究了物体沿着一条直线的运动。实际上，自然界中的曲线运动是很常见的。运动员奋力投球，篮球沿着一条优美的弧线进入篮筐；亿万年来地球在接近圆形的轨道上绕太阳时刻不停地公转。抛出的篮球、公转的地球，它们运动的轨迹都是曲线。我们把轨迹是曲线的运动称为**曲线运动**（curvilinear motion）。

从现在开始，我们把目光转向抛体运动、圆周运动，以及更一般的曲线运动。从中我们可以体会到，研究直线运动时的基本思路和方法，原则上同样可以用来处理曲线运动。



力学是关于运动的科学，它的任务是以完备而又简单的方式描述自然界中发生的运动。

——基尔霍夫^①

1 曲线运动

问题 ?

观察右边两幅图片描述的现象，你能不能说清楚：砂轮打磨下来的炽热微粒和飞出去的链球，分别沿着什么方向运动？



我们知道，物体做直线运动时，速度方向与运动轨迹一致。物体做曲线运动时，速度方向又是怎样的呢？

曲线运动的速度方向

运动员掷链球时，链球在手的牵引下做曲线运动，一旦运动员放手，链球即刻飞出。放手的时刻不同，链球飞出的方向也不一样。可见，做曲线运动的物体，速度的方向在不断变化。下面我们来研究做曲线运动的物体在某一时刻的速度方向。

演示

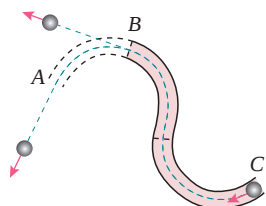


图 5.1-1 钢球离开轨道时速度的方向

观察做曲线运动物体的速度方向

如图 5.1-1，在水平桌面上放一张白纸，白纸上摆一条由几段稍短的弧形轨道组合而成的弯道。使表面沾有红色印泥的钢球以一定的初速度从弯道的 C 端滚入，钢球从出

^① 基尔霍夫 (Gustav Robert Kirchhoff, 1824 — 1887)，德国物理学家、化学家、天文学家。

口 A 离开后会在白纸上留下一条运动的痕迹，它记录了钢球在 A 点的运动方向。

拆去一段轨道，出口改在 B 。用同样的方法可以记录钢球在 B 点的运动方向。

白纸上的印迹与轨道（曲线）有什么关系？

除实验方法外，还有什么方法可以确定物体在某一时刻的速度方向？讨论这一问题时要明确一个数学概念——曲线的切线。

如图 5.1-2，过曲线上的 A 、 B 两点作直线，这条直线叫作曲线的割线。设想 B 点逐渐沿曲线向 A 点移动，这条割线的位置也就不断变化。当 B 点非常非常接近 A 点时，这条割线就叫作曲线在 A 点的**切线**（tangent）。

假设图 5.1-2 中的曲线是某一质点的运动轨迹。若质点在一段时间内从 B 点运动到 A 点，则质点的平均速度的方向由 B 点指向 A 点。当 B 点越来越靠近 A 点时，质点的平均速度方向将越来越接近 A 点的切线方向。当 B 点与 A 点的距离接近 0 时，质点在 A 点的速度方向沿过 A 点的切线方向。

根据上面的分析，可以得到结论：**质点在某一点的速度方向，沿曲线在这一点切线方向。**

速度是矢量，既有大小，又有方向。由于曲线运动中速度的方向是变化的，所以曲线运动是变速运动。

► 在初中数学里我们已经知道了圆的切线。对于其他曲线，切线指的是什么？

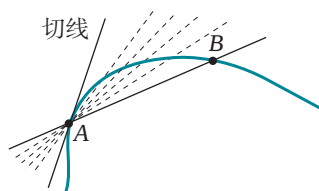


图 5.1-2 曲线的切线

物体做曲线运动的条件



思考与讨论

物体如果不受力，将静止或做匀速直线运动。那么，你认为物体在什么条件下做曲线运动呢？

物体做曲线运动时，由于速度方向时刻改变，物体的加速度一定不为 0，因此，物体所受的合力一定不为 0。

物体受什么样的力才会做曲线运动？下面我们通过实验来研究这个问题。

演示

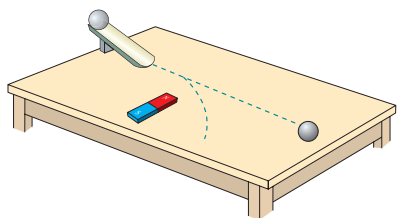


图 5.1-3 钢球的运动轨迹

观察钢球的运动轨迹

一个钢球在水平面上做直线运动。从不同方向给它施加力，例如在钢球运动路线的正前方或旁边放一块磁铁（图 5.1-3），观察钢球的运动。

由实验可以看出，当钢球受到的合力的方向与速度方向不在同一条直线上时，钢球做曲线运动。生活中也有大量类似的例子。例如，向斜上方抛出的石子，它所受重力的方向与速度的方向不在同一条直线上，石子做曲线运动。

大量事实表明：**当物体所受合力的方向与它的速度方向不在同一直线上时，物体做曲线运动。**

根据牛顿第二定律，物体加速度的方向与它受力的方向总是一致的。当物体受力的方向与速度的方向不在同一直线上时，加速度的方向也就与速度的方向不在同一直线上了，于是物体的速度方向要发生变化，物体就做曲线运动。

做一做

用飞镖显示曲线运动的速度方向

如图 5.1-4，取一根稍长的细杆，一端固定一枚铁钉，另一端用羽毛或纸片做成尾翼，这样就得到了一个能够显示曲线运动速度方向的“飞镖”。

在空旷地带把飞镖抛出，飞镖在空中各点的指向就是它在该点的速度方向。飞镖落至地面插入泥土后的指向就是它落地瞬时的速度方向。

改变飞镖的投射角，观察它在飞行过程中直到插入泥土时的速度方向。

联系飞镖在空中做曲线运动的轨迹，体会曲线运动的速度方向与轨迹曲线的关系。



图 5.1-4 飞镖的运动轨迹

1. 跳水运动是一项难度很大又极具观赏性的运动，我国跳水队多次在国际跳水赛上摘金夺银，被誉为跳水“梦之队”。图 5.1-5 中虚线描述的是一位跳水运动员高台跳水时头部的运动轨迹，最后运动员沿竖直方向以速度 v 入水。整个运动过程中，

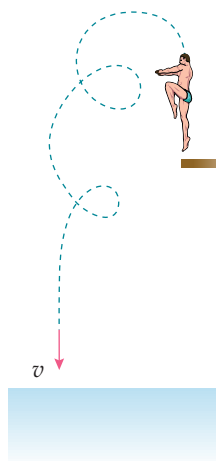


图 5.1-5

除运动员入水前一段时间外，在哪几个位置头部的速度方向与入水时速度 v 的方向相同？在哪几个位置与速度 v 的方向相反？在图中标出这些位置。

2. 图 5.1-6 是从高空拍摄的一张地形照片，河水沿着弯弯曲曲的河床做曲线运动。图中哪些地方河水的速度方向跟箭头所指 P 处流水的



图 5.1-6

速度方向相同？请把这些地方标注出来。

3. 汽车以恒定的速率绕圆形广场一周用时 2 min，每行驶半周，速度方向改变的角度是多少？汽车每行驶 10 s，速度方向改变的角度是多少？先画一个圆表示汽车运动的轨迹，然后作出汽车在相隔 10 s 的两个位置的速度矢量示意图。

4. 一质点沿着圆周运动。请证明：质点与圆心连线所扫过的角度与质点速度方向改变的角度相等。

5. 一个物体在光滑水平面上运动，其速度方向如图 5.1-7 中的 v 所示。从 A 点开始，它受到向前但偏右（观察者沿着物体前进的方向看，下同）的合力。到达 B 点时，这个合力的方向突然变得与前进方向相同。达到 C 点时，合力的方向又突然改为向前但偏左。物体最终到达 D 点。请你大致画出物体由 A 至 D 的运动轨迹，并标出 B 点、 C 点和 D 点。

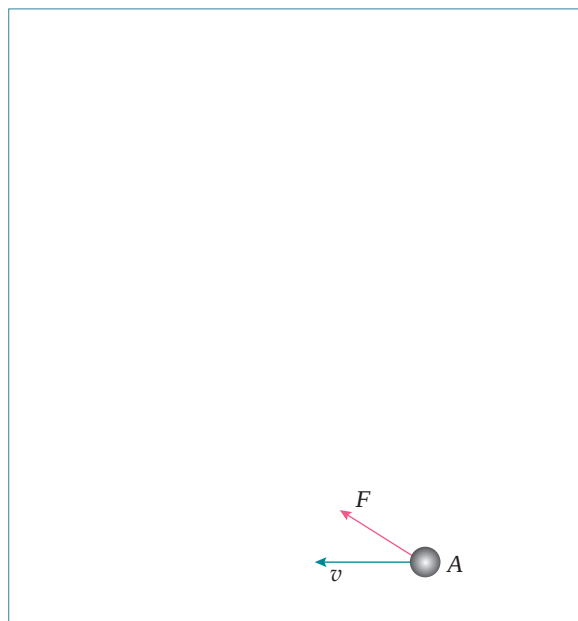


图 5.1-7

2 运动的合成与分解

问题 ?

若人在河中始终保持头朝正前方游向对岸，你认为他会在对岸的正前方到达，还是会偏向上游或下游？为什么？



对类似上述的运动应该怎样分析呢？下面让我们从一个简单的平面运动开始研究。

一个平面运动的实例

在下面的实验中，我们将以蜡块的运动为例，讨论怎样在平面直角坐标系中研究物体的运动。

演示

观察蜡块的运动

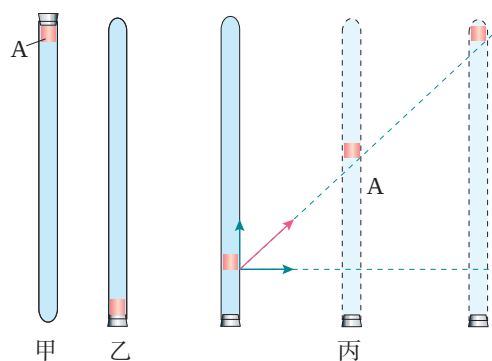


图 5.2-1 蜡块的运动

在一端封闭、长约 1 m 的玻璃管内注满清水，水中放一个红蜡做的小圆柱体 A，将玻璃管的开口端用橡胶塞塞紧（图 5.2-1 甲）。把玻璃管倒置（图乙），蜡块 A 沿玻璃管上升。如果在玻璃管旁边竖立一把刻度尺，可以看到，蜡块上升的速度大致不变，即蜡块做匀速直线运动。^①

在蜡块匀速上升的同时，将玻璃管紧贴着黑板沿水平方向向右匀速移动（图丙），观察蜡块的运动情况。

^① 蜡的密度略小于水的密度。在蜡块上升的初期，它做加速运动，随后由于受力平衡而做匀速运动。

在这个实验中，蜡块既向上做匀速运动，又由于玻璃管的移动向右做匀速运动，在黑板的背景前我们看到蜡块向右上方运动。那么，蜡块向右上方的这个运动是什么样的运动呢？

要想定量地研究蜡块的运动，就要建立坐标系，具体分析。

建立坐标系 研究物体的运动时，坐标系的选取很重要。例如，对于直线运动，最好沿着这条直线建立坐标系。但是，有时在对运动作深入分析之前，物体的运动形式并不清楚，甚至难以判断它的运动轨迹是不是直线。这时，就需要选择其他类型的坐标系。研究物体在平面内的运动时，可以选择平面直角坐标系。

在研究蜡块的运动时，我们以蜡块开始匀速运动的位置为原点 O ，以水平向右的方向和竖直向上的方向分别为 x 轴和 y 轴的方向，建立平面直角坐标系（图 5.2-2）。

蜡块运动的轨迹 要确定蜡块运动的轨迹，首先要确定任意时刻蜡块的位置。我们设法写出蜡块的坐标随时间变化的关系式。蜡块 x 坐标的值等于它与 y 轴的距离， y 坐标的值等于它与 x 轴的距离。若以 v_x 表示玻璃管向右移动的速度，以 v_y 表示蜡块沿玻璃管上升的速度，则有

$$x = v_x t$$

$$y = v_y t$$

蜡块沿着什么样的轨迹运动？在数学上，关于 x 、 y 两个变量的关系式可以描述一条曲线（包括直线），而在上面 x 、 y 的表达式中，除了 x 、 y 之外还有一个变量 t ，我们可以从中消去 t ，这样就得到

$$y = \frac{v_y}{v_x} x$$

由于 v_x 和 v_y 都是常量，所以 $\frac{v_y}{v_x}$ 也是常量，可见 $y = \frac{v_y}{v_x} x$ 代表的是一条过原点的直线，也就是说，蜡块的运动轨迹是直线。

蜡块运动的速度 速度 v 与 v_x 、 v_y 的关系已经在图 5.2-2 中形象地标出，因此可以根据勾股定理写出它们之间的关系

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

根据三角函数的知识，从图 5.2-2 中还可以确定速度 v

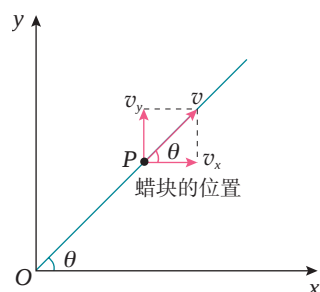


图 5.2-2 研究蜡块的运动

► 这里说的“常量”，指的是它不随位置、时间变化。因此， $y = \frac{v_y}{v_x} x$ 具有正比例函数关系的形式。

的方向，即用速度矢量 v 与 x 轴正方向的夹角 θ 来表示，它的正切为

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

运动的合成与分解

在这个实例中，我们看到蜡块向右上方的运动可以看成由沿玻璃管向上的运动和水平向右的运动共同构成。蜡块沿玻璃管向上的运动和它随着玻璃管向右的运动，都叫作分运动；而蜡块相对于黑板向右上方的运动叫作合运动。由分运动求合运动的过程，叫作**运动的合成** (composition of motion)；由合运动求分运动的过程，叫作**运动的分解** (resolution of motion)。运动的合成与分解遵从矢量运算法则。

【例题】

某商场设有步行楼梯和自动扶梯，步行楼梯每级的高度是 0.15 m ，自动扶梯与水平面的夹角为 30° ，自动扶梯前进的速度是 0.76 m/s 。有甲、乙两位顾客，分别从自动扶梯和步行楼梯的起点同时上楼，甲在自动扶梯上站立不动，乙在步行楼梯上以每秒上两个台阶的速度匀速上楼（图 5.2-3）。哪位顾客先到达楼上？如果该楼层高 4.56 m ，甲上楼用了多少时间？

分析 甲、乙两位顾客在竖直方向上的位移相等，可考虑比较他们在竖直方向的分速度。由竖直方向的位移和竖直方向的速度，可求出上楼所用的时间。

解 如图 5.2-4 所示，甲在竖直方向的速度

$$v_{\text{甲}y} = v_{\text{甲}} \sin \theta = 0.76 \times \sin 30^\circ \text{ m/s} = 0.38 \text{ m/s}$$

乙在竖直方向的速度

$$v_{\text{乙}} = \frac{2 \times 0.15}{1} \text{ m/s} = 0.3 \text{ m/s}$$

因此 $v_{\text{甲}y} > v_{\text{乙}}$ ，甲先到楼上。

$$t_{\text{甲}} = \frac{h}{v_{\text{甲}y}} = \frac{4.56}{0.38} \text{ s} = 12 \text{ s}$$

甲比乙先到达楼上，甲上楼用了 12 s 。



图 5.2-3

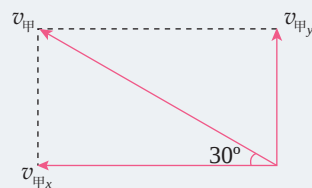


图 5.2-4

运动的合成与分解是分析复杂运动时常用的方法。虽然本节实验中的两个分运动都是匀速运动，但运动合成与分解的思想和方法对分运动是变速运动的情况也是适用的。

思考与讨论

在图 5.2-1 所示的实验中，如果将玻璃管紧贴着黑板沿水平方向向右匀加速移动，若玻璃管内壁是光滑的，蜡块的轨迹还是一条直线吗？

练习与应用

1. 炮筒与水平方向成 30° 角（图 5.2-5），炮弹从炮口射出时的速度大小是 800 m/s ，这个速度在水平方向和竖直方向的分速度各是多大？



图 5.2-5

2. 在许多情况下，跳伞员跳伞后最初一段时间降落伞并不张开，跳伞员做加速运动。随后，降落伞张开，跳伞员做减速运动（图 5.2-6）。速度减小到一定值后便不再减小，跳伞员以这一速度做匀速运动，直至落地。无风时某跳伞员竖直下落，着地时速度是 5 m/s 。现在有风，运动员在竖直方向的运动情况与无风时相同，并且风使他以 4 m/s 的速度沿水平方向运动。跳伞员将以多大速度着地？画出速度合成的图示。

3. 一艘炮舰沿河由西向东行驶，在炮舰上发炮射击北岸的目标。要击中目标，射击方向应直接对准目标，还是应该偏东或偏西一些？作俯视图，并说明理由。

4. 在图 5.2-1 的实验中，假设从某时刻（ $t = 0$ ）开始，红蜡块在玻璃管内每 1 s 上升

的距离都是 10 cm ，与此同时，玻璃管向右沿水平方向匀加速平移，每 1 s 内的位移依次是 4 cm 、 12 cm 、 20 cm 、 28 cm 。在图 5.2-7 所示的坐标系中， y 表示蜡块在竖直方向的位移， x 表示蜡块随玻璃管通过的水平位移， $t = 0$ 时蜡块位于坐标原点。请在图中标出 t 等于 1 s 、 2 s 、 3 s 、 4 s 时蜡块的位置，并用平滑曲线描绘蜡块的轨迹。

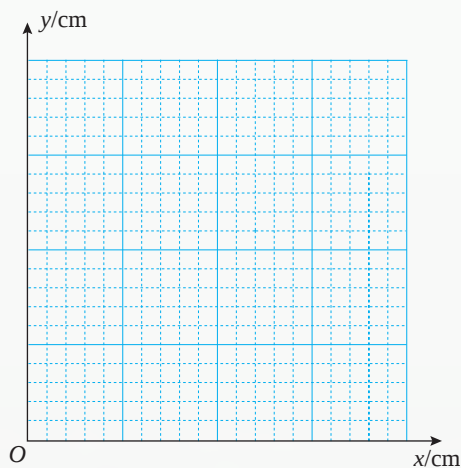


图 5.2-7

5. 汽艇以 18 km/h 的速度沿垂直于河岸的方向匀速向对岸行驶，河宽 500 m 。设想河水不流动，汽艇驶到对岸需要多长时间？如果河水流速是 3.6 km/h ，汽艇驶到对岸需要多长时间？汽艇在对岸何处靠岸？

图 5.2-6

3 实验：探究平抛运动的特点

以一定的速度将物体抛出，在空气阻力可以忽略的情况下，物体只受重力的作用，这时的运动叫作**抛体运动**（projectile motion）。如果初速度是沿水平方向的，这样的抛体运动就叫作**平抛运动**。

下面我们通过实验来探究物体做平抛运动的特点。

在实验开始前，请你思考：平抛运动与我们之前研究的直线运动的显著区别是什么？如何用实验来研究平抛运动的特点？

► 根据对平抛物体的受力分析，你对物体在水平方向和竖直方向的运动规律有怎样的猜想？

■ 实验思路

平抛运动的轨迹是曲线，比直线运动复杂。我们可以按照把复杂的曲线运动分解为两个相对简单的直线运动的思路，分别研究物体在竖直方向和水平方向的运动特点。

大家可能会想到，平抛运动可以看作是在竖直方向的分运动和水平方向的分运动的合运动。如果这两个分运动研究清楚了，平抛运动的规律自然就清楚了。

下面我们就按这样的思路进行实验与分析。

■ 进行实验

为了研究平抛运动的特点，我们应该想办法把运动物体的位置随时间变化的信息记录下来。比如，用频闪照相的方法，记录物体在不同时刻的位置。当然也可以用别的方法记录信息，开展研究。

图 5.3-1 是用频闪照相的方法记录的做平抛运动的小球每隔相等的时间的位置图。以左边第一个小球的中心为原点，沿水平向右和竖直向下的方向建立直角坐标系，将各球中心点的横坐标和纵坐标记录在自己设计的表格中。

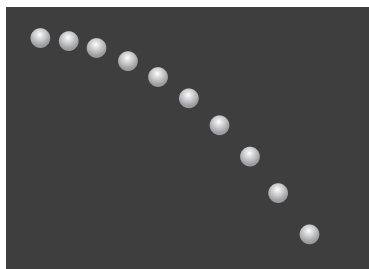


图 5.3-1 小球运动的频闪照片

■ 数据分析

根据所记录的数据，以及相邻小球时间间隔相等的特点，分析小球在水平方向分运动的特点。然后再按照这个办法，分析小球在竖直方向分运动的特点。

参考案例

步骤 1：探究平抛运动竖直分运动的特点

在如图 5.3-2 所示的实验中，用小锤击打弹性金属片后，A 球沿水平方向抛出，做平抛运动，同时 B 球被释放，自由下落，做自由落体运动。A、B 两球同时开始运动。观察两球的运动轨迹，比较它们落地时间的先后。

分别改变小球距地面的高度和小锤击打的力度，多次重复这个实验，记录实验现象有什么变化。

从这个实验看，平抛运动在竖直方向的分运动是什么运动？

步骤 2：探究平抛运动水平方向分运动的特点

如果我们能够得到平抛运动的轨迹，利用前面探究得出的平抛运动竖直分运动的特点，就可以分析得出平抛运动在水平方向分运动的特点。

在图 5.3-3 所示的装置中，斜槽 M 末端水平。钢球在斜槽中从某一高度滚下，从末端飞出后做平抛运动。在装置中有一个水平放置的可上下调节的倾斜挡板 N，钢球飞出后，落到挡板上。实验前，先将一张白纸和复写纸固定在装置的背板上。钢球落到倾斜的挡板上后，就会挤压复写纸，在白纸上留下印迹。上下调节挡板 N，通过多次实验，在白纸上记录钢球所经过的多个位置。最后，用平滑曲线把这些印迹连接起来，就得到钢球做平抛运动的轨迹。

根据步骤 1 得出的平抛运动在竖直方向分速度随时间变化的规律，设法确定“相等的时间间隔”。再看相等的时间内水平分运动的位移，进而确定水平分运动的规律。

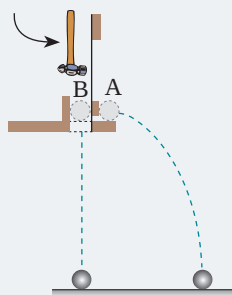


图 5.3-2 研究平抛运动的竖直分运动

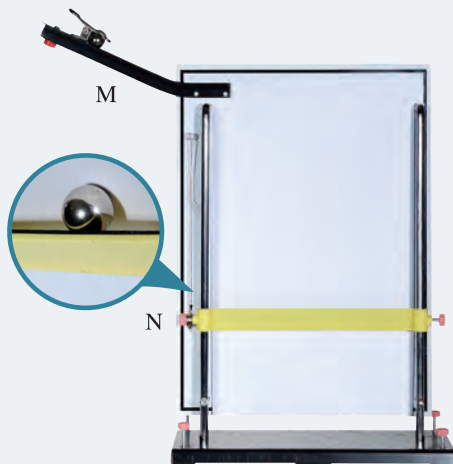


图 5.3-3 小球做平抛运动的实验装置

用传感器和计算机描绘物体做平抛运动的轨迹

用传感器和计算机可以方便地描出做平抛运动的物体的轨迹。一种设计原理如图 5.3-4 所示。物体 A 在做平抛运动，它能够在竖直平面向各个方向同时发射超声波脉冲和红外线脉冲。在它运动的平面内安放着超声—红外接收装置 B。B 盒装有 B_1 、 B_2 两个超声—红外接收器，并与计算机相连。 B_1 、 B_2 各自测出收到超声脉冲和红外脉冲的时间差，并由此算出它们各自与物体 A 的距离。^①从图 5.3-4 可以看出，在这两个距离确定之后，由于 B_1 、 B_2 两处的距离是已知的，所以物体 A 的位置也就确定了。计算机可以即时给出 A 的坐标。

图 5.3-5 是按这样的原理制作的一种实验装置（超声—红外接收装置 B 的安装位置与原理图 5.3-4 不同）。图 5.3-6 是某次实验中计算机描出的平抛运动的轨迹。除此之外，计算机还能直接给出平抛运动的初速度等其他物理量。

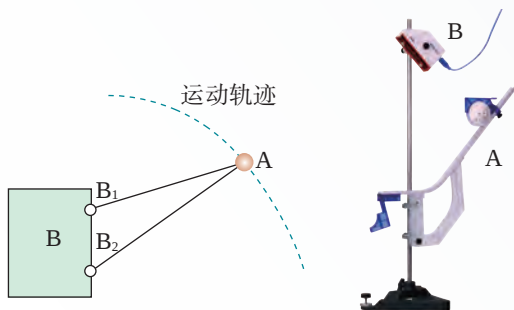


图 5.3-4 用传感器研究平抛运动的原理图



图 5.3-5 用传感器研究平抛运动的装置

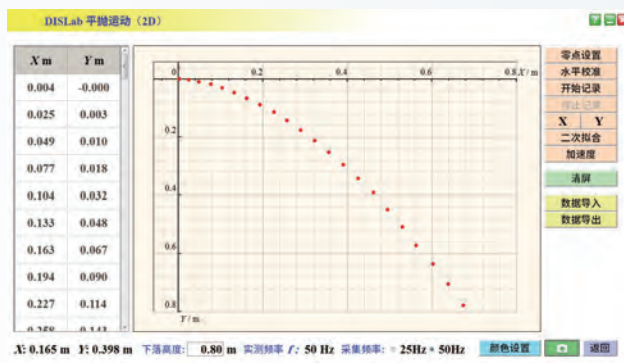


图 5.3-6 计算机描绘的平抛运动的轨迹

练习与应用

1. 某同学设计了一个探究平抛运动特点的家庭实验装置，如图 5.3-7 所示。在水平桌面上放置一个斜面，每次都让钢球从斜面上的同一位置滚下，滚过桌边后钢球便做平抛运动。在钢球抛出后经过的地方水平放置一块木板（还有一个用来调节木板高度的支架，图中未画），

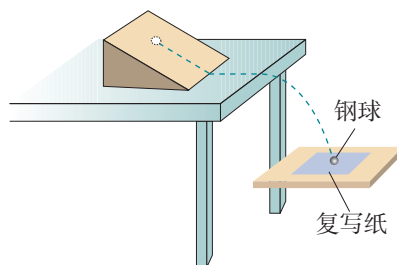


图 5.3-7

^① 工作原理可以参考《普通高中教科书物理必修第一册》第一章第 3 节中的“借助传感器与计算机测速度”的内容。

木板上放一张白纸，白纸上有复写纸，这样便能记录钢球在白纸上的落点。已知平抛运动在竖直方向上的运动规律与自由落体运动相同，在此前提下，怎样探究钢球水平分速度的特点？请指出需要的器材，说明实验步骤。

2. 某同学为了省去图 5.3-7 中的水平木板，把第 1 题中的实验方案作了改变。他把桌子搬到墙的附近，把白纸和复写纸附在墙上，使从水平桌面上滚下的钢球能打在墙上，从而记录钢球的落点。改变桌子和墙的距离，就可以得到多组数据。如果采用这种方案，应该收集哪些数据并如何处理这些数据？

3. 某同学目测桌子高度大约为 0.8 m，他使小球沿桌面水平飞出，用数码相机拍摄小球做平抛运动的录像（每秒 25 帧）。如果这位同学采用逐帧分析的办法，保存并打印各帧的画面。他大约可以得到几帧小球正在空中运动的照片？

4. 小刚同学通过实验，得到了某物体在 Oxy 平面上运动的一条运动轨迹，如图 5.3-8 平面直角坐标系中的 OP 曲线所示。他根据物体运动轨迹的特点作出了猜想：如果物体在 y 方向做匀速直线运动，那么物体在 x 方向必定做匀加速直线运动。小刚同学的猜想是否成立？作图并给出你的分析过程。

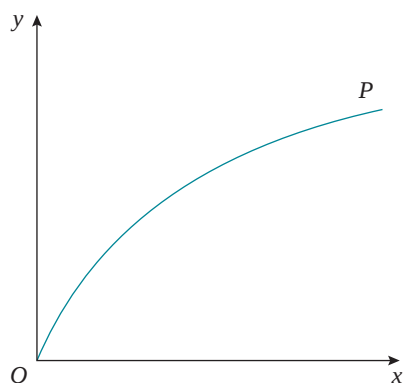


图 5.3-8

4

抛体运动的规律

问题



在排球比赛中，你是否曾为排球下网或者出界而感到惋惜？如果运动员沿水平方向击球，在不计空气阻力的情况下，要使排球既能过网，又不出界，需要考虑哪些因素？如何估算球落地时的速度大小？



上节课我们通过实验探究了平抛运动的特点，本节我们将从理论分析的角度，对抛体运动的规律作进一步分析。

平抛运动的速度

在研究直线运动时，我们已经认识到，为了得到物体的速度与时间的关系，要先分析物体受到的力，由合力求出物体的加速度，进而得到物体的速度与时间的关系。关于平抛运动，我们仍然可以遵循这样的思路，只是要在相互垂直的两个方向上分别研究。

以速度 v_0 沿水平方向抛出一物体，物体做平抛运动。以抛出点为原点，以初速度 v_0 的方向为 x 轴方向，竖直向下的方向为 y 轴方向，建立平面直角坐标系（图 5.4-1）。

由于物体受到的重力是竖直向下的，它在 x 方向的分力是 0，根据牛顿运动定律，物体在 x 方向的加速度是 0；又由于物体在 x 方向的分速度 v_x 在运动开始的时候是 v_0 ，所以它将保持 v_0 不变，与时间 t 无关，即在整个运动过程中始终有

$$v_x = v_0$$

在 y 方向受到的重力等于 mg 。以 a 表示物体在 y 方向的加速度，应用牛顿第二定律，得到 $mg = ma$ ，所以 $a = g$ ，即物体在竖直方向的加速度等于自由落体加速度。

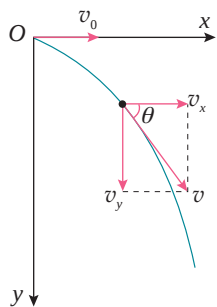


图 5.4-1 速度和它在 x 、 y 方向上的分矢量

物体的初速度 v_0 沿 x 方向, 它在 y 方向的分速度是 0, 所以, 物体在 y 方向的分速度 v_y 与时间 t 的关系是

$$v_y = gt$$

根据矢量运算法则, 代表速度矢量 v 和它的两个分矢量 v_x 、 v_y 的三个有向线段正好构成一个矩形的对角线和一对邻边 (图 5.4-1)。由勾股定理可知

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

由此式可知, 物体在下落过程中速度 v 越来越大, 这与日常经验是一致的。

速度的方向可以由图 5.4-1 中的夹角 θ 来表示。在图中, θ 是直角三角形的一个锐角, 它的正切等于对边与邻边之比, 即

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$$

由上式可知, 随着物体的下落, 角 θ 越来越大。也就是说, 物体运动的方向越来越接近竖直向下的方向。这也与日常经验一致。

【例题 1】

将一个物体以 10 m/s 的速度从 10 m 的高度水平抛出, 落地时它的速度方向与水平地面的夹角 θ 是多少? 不计空气阻力, g 取 10 m/s²。

分析 物体在水平方向不受力, 所以加速度的水平分量为 0, 水平方向的分速度是初速度 $v_0 = 10$ m/s; 在竖直方向只受重力, 加速度为 g , 初速度的竖直分量为 0, 可以应用匀变速直线运动的规律求出竖直方向的分速度。按题意作图 5.4-2, 求得分速度后就可以求得夹角 θ 。

解 以抛出时物体的位置 O 为原点, 建立平面直角坐标系, x 轴沿初速度方向, y 轴竖直向下。

落地时, 物体在水平方向的分速度

$$v_x = v_0 = 10 \text{ m/s}$$

根据匀变速直线运动的规律, 落地时物体在竖直方向的分速度 v_y 满足以下关系

$$v_y^2 - 0 = 2gh$$

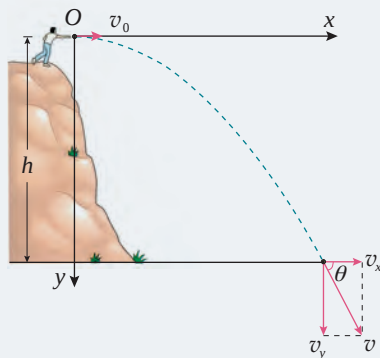


图 5.4-2

由此解出

$$v_y = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10} \text{ m/s} = 14.1 \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{14.1}{10} = 1.41, \text{ 即 } \theta = 55^\circ$$

物体落地时速度与水平地面的夹角 θ 是 55° 。

平抛运动的位移与轨迹

物体被抛出后，它对于抛出点 O 的位移的大小、方向都在变化。这种情况下我们就要分别研究它在水平和竖直两个方向上的分位移 x 和 y 。

通过前面的讨论我们已经知道，做平抛运动的物体在 x 方向的分运动是匀速直线运动， $v_x = v_0$ 。根据做匀速直线运动物体的位移与时间的关系可知，这个物体的水平分位移与时间的关系是

$$x = v_0 t \quad (1)$$

物体在 y 方向的分运动是从静止开始、加速度为 g 的匀加速运动， $v_y = gt$ 。根据自由落体运动的知识可知，做平抛运动的物体的竖直分位移与时间的关系是

$$y = \frac{1}{2} gt^2 \quad (2)$$

物体的位置是用它的坐标 x 、 y 描述的，所以，(1)(2) 两式确定了物体在任意时刻 t 的位置和位移。

物体的位置和位移可以由 x 、 y 确定，物体的轨迹方程也可以由 x 、 y 确定。

► 平抛运动的轨迹是一条抛物线。数学中把二次函数的图线叫作抛物线，这个名称就是由抛体运动得来的。

从 (1) 式解出 $t = \frac{x}{v_0}$ ，代入 (2) 式，得到

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad (3)$$

在这个式子中，自由落体加速度 g 、物体的初速度 v_0 都是常量，也就是说， $\frac{g}{2v_0^2}$ 这个量与 x 、 y 无关，因此 (3) 式具有 $y = ax^2$ 的形式。根据数学知识可知，它的图像是一条**抛物线** (parabola)。



做一做

研究上节课所得到的钢球的运动轨迹，看看是否为一抛物线。

【例题2】

如图 5.4-3，某同学利用无人机玩“投弹”游戏。无人机以 $v_0 = 2 \text{ m/s}$ 的速度水平向右匀速飞行，在某时刻释放了一个小球。此时无人机到水平地面的距离 $h = 20 \text{ m}$ ，空气阻力忽略不计， g 取 10 m/s^2 。



图 5.4-3

(1) 求小球下落的时间。

(2) 求小球释放点与落地点之间的水平距离。

分析 忽略空气阻力，小球脱离无人机后做平抛运动，它在竖直方向的分运动是自由落体运动，根据自由落体运动的特点可以求出下落的时间，根据匀速直线运动的规律可以求出小球释放点与落地点之间的水平距离。

解 (1) 以小球从无人机释放时的位置为原点 O 建立平面直角坐标系 (图 5.4-4)， x 轴沿初速度方向， y 轴竖直向下。设小球的落地点为 P ，下落的时间为 t ，则满足

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

所以小球落地的时间

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 20}{10}} \text{ s} = 2 \text{ s}$$

(2) 因此，小球落地点与释放点之间的水平距离

$$l = v_0 t = 2 \times 2 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

小球落地的时间为 2 s ，落地点与释放点之间的水平距离为 4 m 。

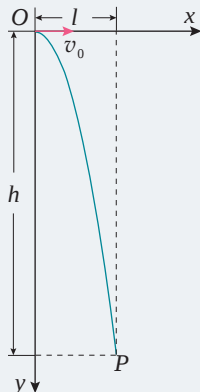


图 5.4-4

一般的抛体运动

如果物体被抛出时的速度 v_0 不沿水平方向，而是斜向上方或斜向下方（这种情况常称为斜抛），它的受力情况与平抛运动完全相同：在水平方向不受力，加速度是 0 ；在竖直方向只受重力，加速度是 g 。

但是，斜抛运动沿水平方向和竖直方向的初速度与平

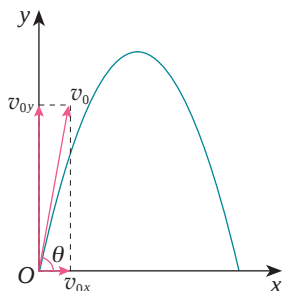


图 5.4-5 斜抛物体的轨迹



图 5.4-6 喷出的水做斜抛运动

抛运动不同。如果斜抛物体的初速度 v_0 与水平方向的夹角为 θ ，则水平方向分速度 $v_{0x} = v_0 \cos \theta$ ，竖直方向分速度 $v_{0y} = v_0 \sin \theta$ 。

仿照平抛运动的处理方法也能得到描述斜抛运动的几个关系式。图 5.4-5 是根据这一规律描绘出的斜抛运动的轨迹。生活中常见的斜抛运动很多，比如斜向上喷出的水的径迹可以认为是斜抛运动的轨迹（图 5.4-6）。

思考与讨论

尝试导出表达图 5.4-5 所示的斜抛运动轨迹的关系式。讨论这个关系式中物理量之间的关系，看看能够得出哪些结论。

以上讨论有一个前提，即空气阻力可以忽略。如果速度不大，例如用手抛出一个石块，这样处理的误差不大。但是物体在空气中运动时，速度越大，阻力也越大，所以，研究炮弹的运动时就不能忽略空气阻力。根据你的推测，炮弹运动的实际轨迹大致是怎样的？

练习与应用

1. 用 m 、 v_0 、 h 分别表示平抛运动物体的质量、初速度和抛出点离水平地面的高度，不考虑空气阻力，以下物理量是由上述哪个或哪几个物理量决定的？为什么？

- A. 物体在空中运动的时间
- B. 物体在空中运动的水平位移
- C. 物体落地时瞬时速度的大小
- D. 物体落地时瞬时速度的方向

2. 如图 5.4-7，在水平桌面上用硬练习本做成一个斜面，使小钢球从斜面上某一位置滚下，钢球沿桌面飞出后做平抛运动。怎样用一把刻度尺测量钢球离开水平桌面时速度的大小？说

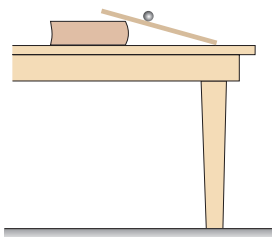


图 5.4-7

出测量步骤，写出用所测的物理量表达速度的关系式。

3. 某卡车在限速 60 km/h 的公路上与路旁障碍物相撞。处理事故的警察在泥地中发现一个小的金属物体，可以判断，它是车顶上一个小松脱的零件，事故发生时被抛出而陷在泥里。警察测得这个零件在事故发生时的原位置与陷落点的水平距离为 17.3 m，车顶距泥地的高度为 2.45 m。请你根据这些数据为该车是否超速提供证据。

4. 某个质量为 m 的物体在从静止开始下落的过程中，除了重力之外还受到水平方向大小、方向都不变的力 F 的作用。

(1) 求它在时刻 t 的水平分速度和竖直分速度。

(2) 建立适当的坐标系，写出这个坐标系中代表物体运动轨迹的关系式。这个物体的运动轨迹是怎样的？

A 组

1. 物体在平面上的位置和位移常用平面直角坐标系来表示。图 5-1 是中国象棋的棋盘，它相当于一个平面直角坐标系，横坐标上标有数字，纵坐标上标有字母。利用它不仅可以准确地记录各棋子的位置，还能描述棋子的位移，从而能将双方对弈的过程记录下来。例如，棋子“帅”位于 $y = J$ 、 $x = 5$ 的位置，可以简述为 J5；棋子“象”从 $y = A$ 、 $x = 3$ 的位置运动到 $y = C$ 、 $x = 5$ 的位置，就可以简述为 A3C5。

(1) 还未开局时，甲方的马在 J2 和 J8 的位置、炮在 H2 和 H8 的位置、中兵在 G5 的位置，乙方的中兵在 D5 的位置，请在棋盘上标明这四个棋子的位置。

(2) 某次甲方开局时，用“当头炮”，即 H8H5，而乙方的应变则是“马来跳”，即 A2C3。请你用带箭头的线段画出这两个位移 $l_{\text{甲}}$ 和 $l_{\text{乙}}$ ，并指出这两个位移在 x 、 y 方向上的分位移各是多少？已知棋盘每个小方格都是边长为 3 cm 的正方形。

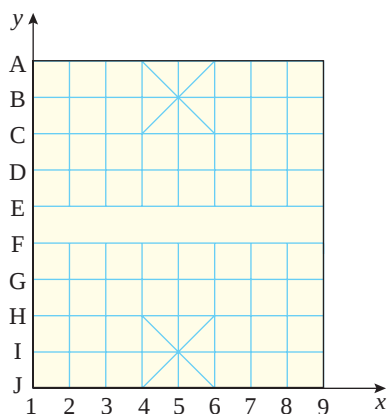


图 5-1

2. 某质点从 A 点沿图 5-2 中的曲线运动到 B 点，质点受力的大小为 F 。经过 B 点后，若

力的方向突然变为与原来相反，它从 B 点开始可能沿图中的哪一条虚线运动？为什么？

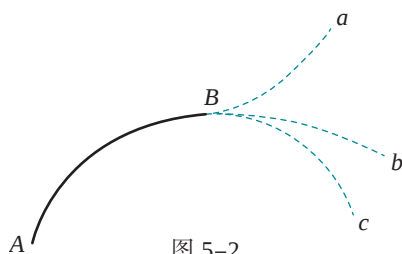


图 5-2

3. 某架飞机在进行航空测量时，需要严格按照从南到北的航线进行飞行。如果在无风时飞机相对地面的速度是 414 km/h，飞行过程中航路上有速度为 54 km/h 的持续东风。

(1) 飞机应该朝着哪个方向飞行？可以用三角函数表示偏角的大小。

(2) 如果所测地区的南北长度为 621 km，该测量需要多长时间？

4. 在水平路面上骑摩托车的人，遇到一个壕沟，其尺寸如图 5-3 所示。摩托车后轮离开地面后失去动力，可以视为平抛运动。摩托车后轮落到壕沟对面才算安全。摩托车的速度至少要多大才能越过这个壕沟？ g 取 10 m/s^2 。

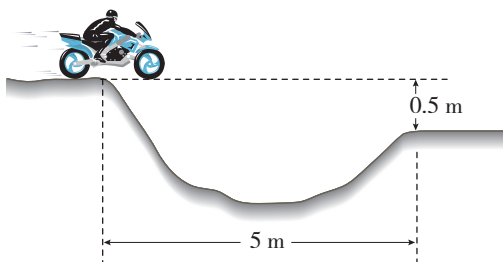


图 5-3

5. 一架飞机水平匀速飞行，搭载着多名高空跳伞运动员。每隔 1 s 有一名运动员从飞机上落下。以下这段时间内伞没有打开，可忽略空气阻力。

(1) 第四名运动员刚离开飞机时, 相邻两运动员在竖直方向上的距离之比依次是多少? 分别以飞机和地面为参考系, 粗略画出此时这四名运动员在空中位置的情况。

(2) 以地面为参考系, 四名运动员跳伞后可以在同一水平面上形成造型吗? 为什么?

6. 如图 5-4 所示, 在一端封闭的光滑细玻璃管中注满清水, 水中放一个由蜡做成的小圆柱体 R。R 从坐标原点以速度 $v_0 = 1 \text{ cm/s}$ 匀速上浮的同时, 玻璃管沿 x 轴正方向做初速度为 0 的匀加速直线运动。测出某时刻 R 的 x 、 y 坐标值

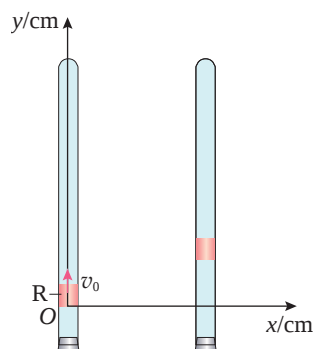


图 5-4

分别为 6 cm 和 2 cm。求此时 R 的速度的大小。

7. 跳台滑雪是一种勇敢者的滑雪运动, 运动员穿专用滑雪板, 在滑雪道上获得一定速度后从跳台飞出, 在空中飞行一段距离后着陆。现有某运动员从跳台 a 处沿水平方向飞出, 在斜坡 b 处着陆, 如图 5-5 所示。测得 ab 间的距离为 40 m, 斜坡与水平方向的夹角为 30° , 试计算运动员在 a 处的速度大小和在空中飞行的时间。不计空气阻力, g 取 10 m/s^2 。

有兴趣的同学可以计算一下运动员在空中离坡面的最大距离。

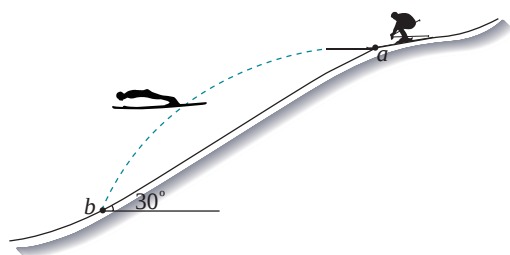


图 5-5

B 组

1. 在篮球比赛中, 投篮的投出角度太大和太小, 都会影响投篮的命中率。在某次投篮表演中, 运动员在空中一个漂亮的投篮, 篮球与水平面成 45° 的倾角准确落入篮筐, 这次跳起投篮时, 投球点和篮筐正好在同一水平面上



图 5-6

(图 5-6), 设投球点到篮筐距离为 9.8 m, 不考虑空气阻力, g 取 10 m/s^2 。

(1) 篮球进筐的速度有多大?

(2) 篮球投出后的最高点相对篮筐的竖直高度是多少?

2. 环保人员在一次检查时发现, 有一根排

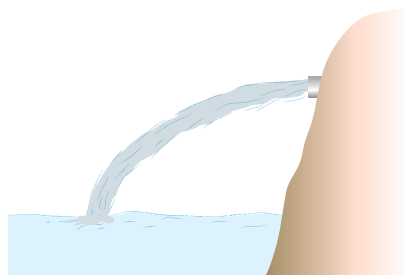


图 5-7

污管正在向外满口排出大量污水。这根管道水平设置，管口离地面有一定的高度，如图 5-7 所示。现在，环保人员只有一把卷尺，请问需要测出哪些数据就可大致估测该管道的排污量？写出测量每秒钟排污体积的表达式。

3. 在某次演习中，轰炸机沿水平方向投放了一枚炸弹，炸弹正好垂直击中山坡上的目标，山坡的倾角为 θ ，如图 5-8 所示。不计空气阻力，求炸弹竖直方向下落的距离与水平方向通过的距离之比。

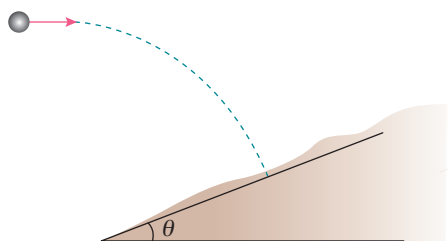


图 5-8

4. 一小球从空中某点水平抛出，经过 A、B 两点，已知小球在 A 点的速度大小为 v_1 、方向与水平方向成 30° 角，小球在 B 点的速度方向与水平方向成 60° 角。不计空气阻力，重力加速度为 g ，求小球由 A 到 B 的运动时间及 A、B 两点间的距离。

5. 如图 5-9，质量为 m 的质点在 Oxy 平面坐标系上以某一速度（如图中箭头方向）运动时，受到大小不变、方向为 $-y$ 方向的合力作用，

由此质点的速度先减小后增大。已知质点运动的最小速度为 v ，恒力的大小为 F 。

(1) 当质点速度大小变为 $2v$ 时，速度方向和 x 方向之间的夹角是多大？

(2) 质点速度由 v 增加到 $2v$ 的过程用了多少时间？

6. 某质点在 Oxy 平面上运动。 $t=0$ 时，质点位于 y 轴上。它在 x 方向运动的速度—时间图像如图 5-10 甲所示，它在 y 方向的位移—时间图像如图 5-10 乙所示。

(1) 求 $t=0.5\text{ s}$ 时质点速度的大小和方向。

(2) 说出 $t=0.5\text{ s}$ 时质点的位置。

(3) 在平面直角坐标系上大致描绘质点在 2 s 内的运动轨迹。

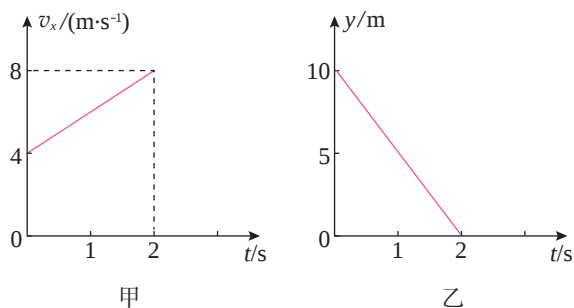


图 5-10

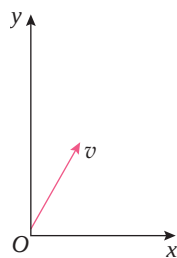


图 5-9

6

第六章 圆周运动

在游乐场乘坐摩天轮时，人随摩天轮运动，轨迹为圆周。我们把这类轨迹为圆周或一段圆弧的机械运动称为**圆周运动**（circular motion）。和抛体运动一样，圆周运动也是一种常见的曲线运动。日常生活中，电风扇工作时叶片上的点、时钟指针的尖端、田径场弯道上赛跑的运动员等，都在做圆周运动。

通过本章的学习，我们将探索圆周运动所遵循的规律，以及这些规律在日常生活和科学技术中的应用。



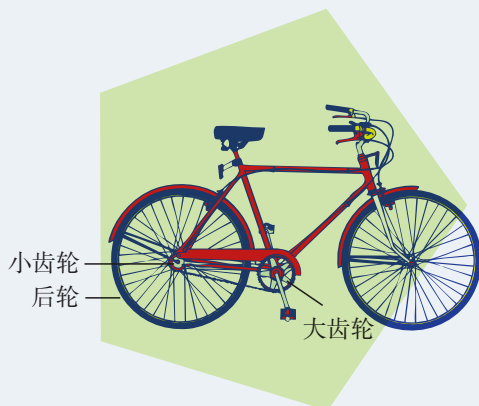
物理学并不是自然界本身，是人类与
自然界的对话。

——普利高津^①

1 圆周运动

问题

将自行车后轮架起，转动脚踏板，注意观察：大、小两个齿轮边缘上的点，哪个运动得更快些？同一个齿轮上到转轴的距离不同的点，哪个运动得更快些？你能说出判断运动快慢的依据吗？



在上面的讨论中，同学们会出现不同的意见。为什么会有不同意见？因为到目前为止，关于圆周运动的快慢，还没有大家都认可的描述方法。

线速度

在图 6.1-1 中，物体沿圆弧由 M 向 N 运动，在某时刻 t 经过 A 点。为了描述物体经过 A 点附近时运动的快慢，可以取一段很短的时间 Δt ，物体在这段时间内由 A 运动到 B ，通过的弧长为 Δs 。弧长 Δs 与时间 Δt 之比反映了物体在 A 点附近运动的快慢，如果 Δt 非常非常小， $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 就可以表示物体在 A 点时运动的快慢，通常把它称为**线速度** (linear velocity) 的大小，用符号 v 表示，则有

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

线速度的方向为物体做圆周运动时该点的切线方向。

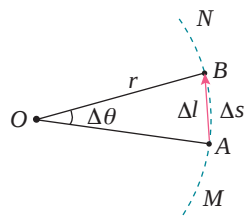


图 6.1-1 曲线运动的线速度

► 上一章曾讲到曲线运动速度的方向与轨迹相切，这里的结论是与前面一致的。

^① 普利高津 (Ilya Romanovich Prigogine, 1917—2003)，比利时物理学家，化学家，于 1977 年获得诺贝尔化学奖。

需要说明的是，当 Δt 足够小时，弧 AB 与线段 AB 几乎没有差别，此时，弧长 Δs 也就等于物体由 A 到 B 的位移 Δl 的大小。因此，这里的线速度实际上就是我们在直线运动中已经学过的瞬时速度，不过现在用来描述圆周运动而已。

如果物体沿着圆周运动，并且线速度的大小处处相等，这种运动叫作**匀速圆周运动** (uniform circular motion)。应该注意的是，匀速圆周运动的线速度方向是在时刻变化的，因此它是一种变速运动，这里的“匀速”是指速率不变。

角速度



图 6.1-2 自行车的齿轮与链条

自行车前进时，由于链条不可伸长，也不会脱离齿轮打滑（图 6.1-2），因而大、小齿轮边缘的点在相等时间内通过的弧长是相等的，即线速度大小相等。但同时也可注意到，由于两个齿轮的半径不同，相等时间内它们转过的角度不同。我们引入角速度这个物理量来描述做圆周运动的物体绕圆心转动的快慢。

如图 6.1-3 所示，物体在 Δt 时间内由 A 运动到 B 。半径 OA 在这段时间内转过的角 $\Delta\theta$ 与所用时间 Δt 之比叫作**角速度** (angular velocity)，用符号 ω 表示

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

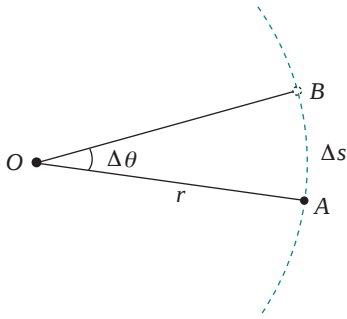


图 6.1-3 曲线运动的角速度

角速度的单位由角的单位和时间的单位共同决定。在国际单位制中，时间的单位是秒，角的单位是**弧度** (radian)，符号是 **rad**，所以角速度的单位是**弧度每秒**，符号是 **rad/s**。在运算中，通常把“弧度”或“rad”略去不写，所以角速度的单位可以写为 s^{-1} 。

由于匀速圆周运动是线速度大小不变的运动，物体在相等时间内通过的弧长相等，所以物体在相等时间内转过的角度也相等。因此可以说，匀速圆周运动是角速度不变的圆周运动。

周期

圆周运动有其特殊性，物体运动一周后又会返回到初始位置，周而复始地运动着。如坐在旋转木马上的小孩运

动一周后又回到他开始的位置（图 6.1-4）。为了描述圆周运动的这种周期性，常常需要周期这个物理量。

做匀速圆周运动的物体，运动一周所用的时间叫作**周期 (period)**，用 T 表示。周期也是常用的物理量，它的单位与时间的单位相同。

技术中常用转速来描述物体做圆周运动的快慢。转速是指物体转动的圈数与所用时间之比，常用符号 n 表示，转速的单位为**转每秒 (r/s)**，或**转每分 (r/min)**。r/s 和 r/min 都不是国际单位制中的单位，运算时往往要把它们换算成弧度每秒。



图 6.1-4 旋转木马

线速度与角速度的关系

线速度的大小描述了做圆周运动的物体沿着圆弧运动的快慢，角速度的大小描述了物体与圆心连线扫过角度的快慢。它们之间有什么关系呢？

在图 6.1-3 中，设物体做圆周运动的半径为 r ，由 A 运动到 B 的时间为 Δt ， AB 弧的弧长为 Δs ， AB 弧对应的圆心角为 $\Delta\theta$ 。

由于 $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ， $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ，当 $\Delta\theta$ 以弧度为单位时， $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$ ，由此可得

$$v = \omega r$$

这表明，**在圆周运动中，线速度的大小等于角速度的大小与半径的乘积。**

【例题】

一个小孩坐在游乐场的旋转木马上，绕中心轴在水平面内做匀速圆周运动，圆周的半径为 4.0 m。当他的线速度为 2.0 m/s 时，他做匀速圆周运动的角速度是多少？周期是多少？

分析 已知小孩做匀速圆周运动的半径和线速度，可以根据线速度、角速度、周期之间的关系，求出他做匀速圆周运动的角速度和周期。

解 当小孩的线速度为 2.0 m/s 时, 他做匀速圆周运动的角速度

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2.0}{4.0} \text{ rad/s} = 0.5 \text{ rad/s}$$

他做匀速圆周运动的周期

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 4.0}{2.0} \text{ s} = 12.6 \text{ s}$$

当小孩的线速度为 2.0 m/s 时, 他做匀速圆周运动的角速度是 0.5 rad/s, 周期是 12.6 s。

练习与应用

1. 地球可以看作一个半径为 $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ 的球体, 北京的纬度约为北纬 40° 。位于赤道和位于北京的物体, 随地球自转做匀速圆周运动的角速度各是多大? 线速度各是多大?

2. 某个走时准确的时钟 (图 6.1-5), 分针与时针由转动轴到针尖的长度之比是 1.4 : 1。

(1) 分针与时针的角速度之比是多少?

(2) 分针针尖与时针针尖的线速度之比是多少?



图 6.1-5

3. 在图 6.1-6 中, A、B 两点分别位于大、小轮的边缘上, C 点位于大轮半径的中点, 大

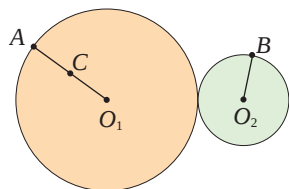


图 6.1-6

轮的半径是小轮的 2 倍, 它们之间靠摩擦传动, 接触面上没有滑动。请在该装置的 A、B、C 三个点中选择有关的两个点, 说明公式 $v = \omega r$ 的以下三种变量关系:

(1) v 相等, ω 跟 r 成反比。

(2) ω 相等, v 跟 r 成正比。

(3) r 相等, v 跟 ω 成正比。

4. 某计算机上的硬磁盘的磁道和扇区如图 6.1-7 所示。这块硬磁盘共有 9 216 个磁道 (即 9 216 个不同半径的同心圆), 每个磁道分成 8 192 个扇区 (每扇区为 $\frac{1}{8\,192}$ 圆周), 每个扇区可以记录 512 个字节。电动机使盘面以 7 200 r/min 的转速匀速转动。磁头在读、写数据时是不动的, 盘面每转一圈, 磁头沿半径方向跳动一个磁道。

(1) 一个扇区通过磁头所用的时间是多少?

(2) 不计磁头转移磁道的时间, 计算机 1 s 内最多可以从一个盘面上读取多少个字节?

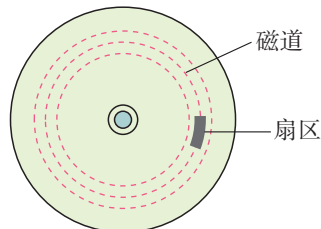


图 6.1-7

2 向心力

问题 ?

游乐场里有各种有趣的游戏项目。空中飞椅因其刺激性而深受很多年轻人的喜爱。飞椅与人一起做匀速圆周运动的过程中，受到了哪些力？所受合力的方向有什么特点？



向心力

做圆周运动的物体，其运动状态在不断变化，说明物体一定受到了力的作用。那么迫使物体做圆周运动的力的方向有何特点呢？

? 思考与讨论

一个小球在细线的牵引下，绕光滑桌面上的图钉做匀速圆周运动（图 6.2-1）。用剪刀将细线剪断，观察小球的运动。你认为使小球做圆周运动的力指向何方？

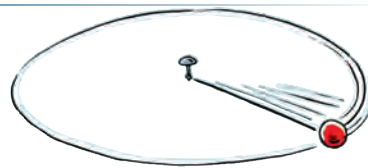


图 6.2-1 研究小球所受合力的方向

忽略小球运动时受到的阻力，在桌面上做匀速圆周运动的小球所受的合力为细线的拉力，拉力即为使小球做圆周运动的力，根据拉力的特点可以知道拉力的方向指向圆心。

大量实例都表明：做匀速圆周运动的物体所受的合力总指向圆心。这个指向圆心的力就叫作**向心力**（centripetal force）。

对于做匀速圆周运动的物体，物体的速度大小不发生改变，因此，所受合力只改变速度的方向。

应该强调的是，向心力并不是像重力、弹力、摩擦力那样作为具有某种性质的力来命名的。它是由某个力或者几个力的合力提供的，是根据力的作用效果命名的。例如，

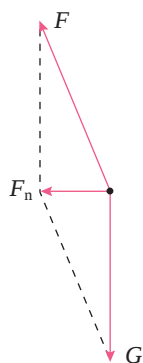


图 6.2-2 飞椅与人受到的力

地球绕太阳的运动可近似看作匀速圆周运动，太阳对地球的引力提供向心力；在本节的“问题”所说的空中飞椅项目中，飞椅与人一起做圆周运动的向心力 F_n 则是由绳子斜向上方的拉力 F 和所受重力 G 的合力提供的（图 6.2-2）。

向心力的大小

在物理学中，认识物理量时可以先定性了解，然后再探究不同物理量之间的定量关系。因此，我们也先通过实验感受向心力大小与圆周运动的一些运动学量之间的定性关系，再通过实验，进一步探究向心力的大小与这些量的定量关系。



做一做

感受向心力

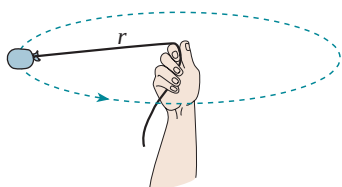


图 6.2-3 感受向心力

如图 6.2-3 所示，在绳子的一端拴一个小沙袋（或其他小物体），另一端握在手中。将手举过头顶，使沙袋在水平面内做圆周运动。此时，沙袋所受的向心力近似等于手通过绳对沙袋的拉力。换用不同质量的沙袋，并改变沙袋转动的速度和绳的长度，感受向心力的变化。

因为沙袋还受到重力的作用，手所提供的拉力不完全是向心力。但这个实验对于体会向心力的大小与哪些量有关，还是很有意义的。通过上面的实验，可以知道：做圆周运动的物体所受向心力的大小与物体的质量、速度、轨道半径等因素有关系。我们还可以利用向心力演示器对此进行更深入的研究。



实验

探究向心力大小的表达式

向心力演示器如图 6.2-4 所示。

匀速转动手柄 1，可以使变速塔轮 2 和 3 以及长槽 4 和短槽 5 随之匀速转动，槽内的

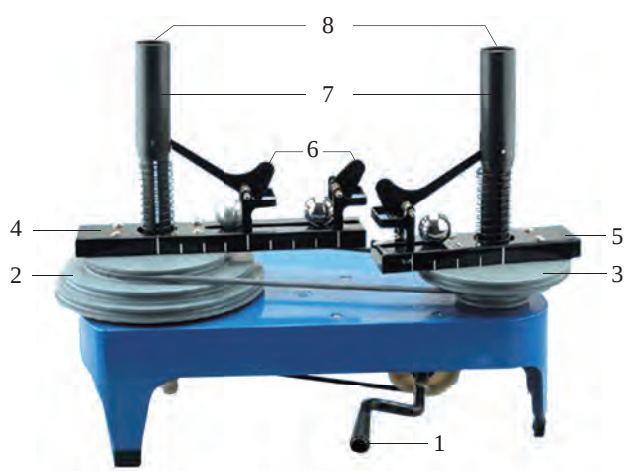


图 6.2-4 向心力演示器

小球也随着做匀速圆周运动。使小球做匀速圆周运动的向心力由横臂 6 的挡板对小球的压力提供。球对挡板的反作用力，通过横臂的杠杆作用使弹簧测力套筒 7 下降，从而露出标尺 8。根据标尺 8 上露出的红白相间等分标记，可以粗略计算出两个球所受向心力的比值。

请你用上面介绍的器材设计实验，研究向心力大小与物体的质量、速度和轨道半径等因素的关系。

精确的实验表明，向心力的大小可以表示为

$$F_n = m\omega^2 r$$

或者

$$F_n = m \frac{v^2}{r}$$

变速圆周运动和一般曲线运动的受力特点

仔细观察运动员掷链球时的动作，结合手握绳子使沙袋加速转动的体会，可以发现：我们使沙袋加速转动时，绳子牵引沙袋的方向并不与沙袋运动的方向垂直。也就是说，沙袋加速时，它所受的力并不严格指向运动轨迹的圆心。

图 6.2-5 表示做圆周运动的沙袋正在加速转动的情况。 O 是沙袋运动轨迹的圆心， F 是绳对沙袋的拉力。根据 F 产生的效果，可以把 F 分解为两个相互垂直的分力：跟圆周相切的分力 F_t 和指向圆心的分力 F_n 。 F_t 与沙袋运动的速度同向，使得沙袋的速度越来越大； F_n 指向圆心，提供沙袋做圆周运动所需的向心力，改变沙袋速度的方向。

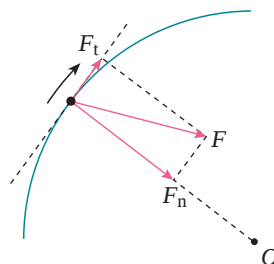


图 6.2-5 做变速圆周运动的沙袋所受的力

思考与讨论

当物体做圆周运动的线速度逐渐减小时，物体所受合力的方向与速度方向的夹角是大于 90° 还是小于 90° 呢？

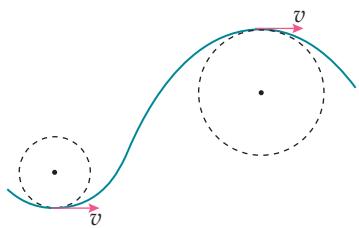


图 6.2-6 一般曲线运动的研究方法

运动轨迹既不是直线也不是圆周的曲线运动，可以称为一般的曲线运动。尽管这时曲线各个位置的弯曲程度不一样，但在研究时，可以把这条曲线分割为许多很短的小段，质点在每小段的运动都可以看作圆周运动的一部分（图 6.2-6）。这样，在分析质点经过曲线上某位置的运动时，就可以采用圆周运动的分析方法来处理了。

练习与应用

1. 地球质量为 $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ ，地球与太阳的距离为 $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ 。地球绕太阳的运动可以看作匀速圆周运动。太阳对地球的引力是多少？

2. 把一个小球放在玻璃漏斗中，晃动漏斗，可以使小球在短时间内沿光滑的漏斗壁在某一水平面内做匀速圆周运动（图 6.2-7）。小球的向心力是由什么力提供的？

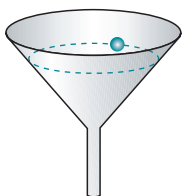


图 6.2-7

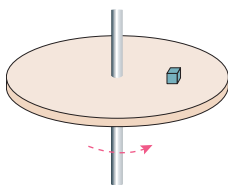


图 6.2-8

3. 如图 6.2-8 所示，一个圆盘在水平面内匀速转动，角速度是 4 rad/s 。盘面上距圆盘中心 0.10 m 的位置有一个质量为 0.10 kg 的小物体在随圆盘一起做匀速圆周运动。

(1) 求小物体所受向心力的大小。

(2) 关于小物体所受的向心力，甲、乙两人有不同意见：甲认为该向心力等于圆盘对小物体的静摩擦力，指向圆心；乙认为小物体有向前运动的趋势，静摩擦力方向和相对运动趋势方向相反，即向后，而不是和运动方向垂直，因此向心力不可能由静摩擦力提供。你的意见是什么？说明理由。

4. 如图 6.2-9 所示，细绳的一端固定于 O 点，另一端系一个小球，在 O 点的正下方钉一个钉子 A ，小球从一定高度摆下。经验告诉我们，当细绳与钉子相碰时，钉子的位置越靠近小球，绳就越容易断。请解释这一现象。

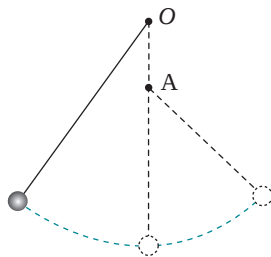


图 6.2-9

个钉子 A ，小球从一定高度摆下。经验告诉我们，当细绳与钉子相碰时，钉子的位置越靠近小球，绳就越容易断。请解释这一现象。

5. 一辆汽车在水平公路上转弯，沿曲线由 M 向 N 行驶，速度逐渐减小。图 6.2-10 甲、乙、丙、丁分别画出了汽车转弯时所受合力 F 的四种方向，你认为哪种是正确的？为什么？

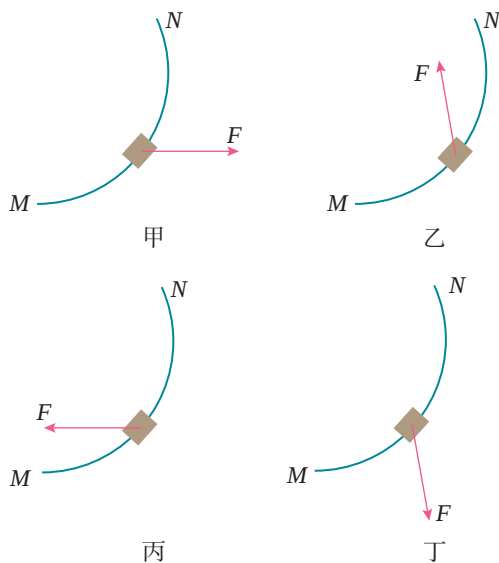
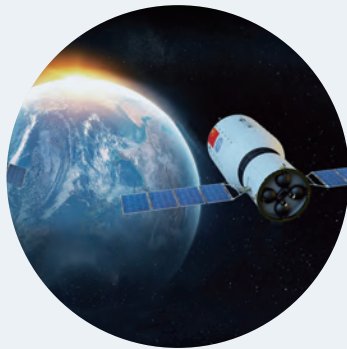


图 6.2-10

3 向心加速度

问题 ?

天宫二号空间实验室在轨飞行时，可认为它绕地球做匀速圆周运动。尽管线速度大小不变，但方向却时刻变化，因此，它运动的加速度一定不为0。那么，该如何确定它在轨飞行时加速度的方向和大小呢？



匀速圆周运动的加速度方向

物体做匀速圆周运动时，所受合力提供向心力，合力的方向总是指向圆心，如图 6.3-1 所示。根据牛顿第二定律，物体运动的加速度方向与它所受合力的方向相同。因此，物体做匀速圆周运动时的加速度总指向圆心，我们把它叫作**向心加速度** (centripetal acceleration)。

我们知道，加速度是速度的变化率。在研究直线运动时，我们曾通过分析速度变化的情况，得出直线运动的加速度大小和方向。其实，在研究匀速圆周运动时，同样可以通过这种办法来确定加速度的方向。用运动学的方法求向心加速度的方向，在本节后的“拓展学习”中会涉及。

► 牛顿第二定律不仅适用于直线运动，对曲线运动同样适用。

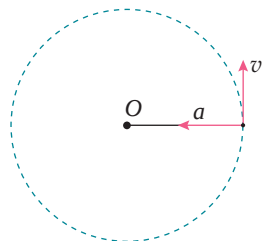


图 6.3-1 匀速圆周运动的加速度方向与线速度方向的关系

匀速圆周运动的加速度大小

上一节我们学习了向心力大小的表达式。根据牛顿第二定律 $F = ma$ 和向心力表达式 $F_n = m \frac{v^2}{r}$ ，可得出向心加速度的大小

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

或

$$a_n = \omega^2 r$$

思考与讨论

从公式 $a_n = \frac{v^2}{r}$ 看，线速度一定时，向心加速度与圆周运动的半径成反比；从公式 $a_n = \omega^2 r$ 看，角速度一定时，向心加速度与半径成正比。

自行车的大齿轮、小齿轮、后轮的半径不一样，它们的边缘有三个点 A、B、C，如图 6.3-2 所示。其中哪两点的向心加速度的关系适用于“向心加速度与半径成正比”，哪两点适用于“向心加速度与半径成反比”？给出解释。

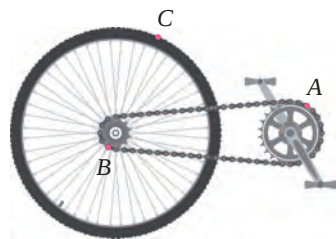


图 6.3-2 自行车的大齿轮、小齿轮与后轮

【例题】

如图 6.3-3 所示，在长为 l 的细绳下端拴一个质量为 m 的小球，捏住绳子的上端，使小球在水平面内做圆周运动，细绳就沿圆锥面旋转，这样就成了一个圆锥摆。当绳子跟竖直方向的夹角为 θ 时，小球运动的向心加速度 a_n 的大小为多少？通过计算说明：要增大夹角 θ ，应该增大小球运动的角速度 ω 。

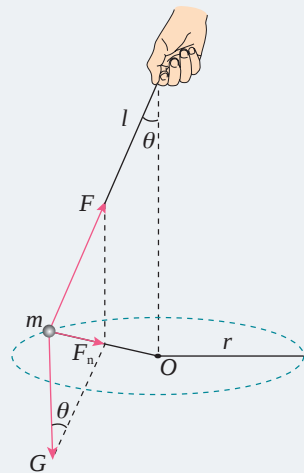


图 6.3-3

分析 由于小球在水平面内做圆周运动，向心加速度的方向始终指向圆心。可以根据受力分析，求出向心力的大小，进而求出向心加速度的大小。根据向心加速度公式，分析小球做圆周运动的角速度 ω 与夹角 θ 之间的关系。

解 根据对小球的受力分析，可得小球的向心力

$$F_n = mg \tan \theta$$

根据牛顿第二定律可得小球运动的向心加速度

$$a_n = \frac{F_n}{m} = g \tan \theta \quad (1)$$

根据几何关系可知小球做圆周运动的半径

$$r = l \sin \theta \quad (2)$$

把向心加速度公式 $a_n = \omega^2 r$ 和 (2) 式代入 (1) 式，可得

$$\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2}$$

从此式可以看出，当小球运动的角速度增大时，夹角也随之增大。因此，要增大夹角 θ ，应该增大小球运动的角速度 ω 。



推导向心加速度公式

下面用运动学的方法求做匀速圆周运动物体的向心加速度的方向与大小。

向心加速度的方向

如图 6.3-4 甲所示，一物体沿着圆周运动，在 A、B 两点的速度分别为 v_A 、 v_B ，可以分四步确定物体运动的加速度方向。

第一步，根据曲线运动的速度方向沿着切线方向，画出物体经过 A、B 两点时的速度方向，分别用 v_A 、 v_B 表示，如图甲所示。

第二步，平移 v_A 至 B 点，如图乙所示。

第三步，根据矢量运算法则，做出物体由 A 点到 B 点的速度变化量 Δv ，其方向由 v_A 的箭头位置指向 v_B 的箭头位置，如图丙所示。由于物体做匀速圆周运动， v_A 、 v_B 的大小相等，所以， Δv 与 v_A 、 v_B 构成等腰三角形。

第四步，假设由 A 点到 B 点的时间极短，在匀速圆周运动的速度大小一定的情况下，A 点到 B 点的距离将非常小，作出此时的 Δv ，如图丁所示。

仔细观察图丁，可以发现，此时， Δv 与 v_A 、 v_B 都几乎垂直，因此 Δv 的方向几乎沿着圆周的半径，指向圆心。由于加速度 a 与 Δv 的方向是一致的，所以从运动学角度分析也可以发现：物体做匀速圆周运动时的加速度指向圆心。

向心加速度的大小

仔细观察图丁，还可以发现，当 Δt 足够小时， v_A 、 v_B 的夹角 θ 就足够小， θ 角所对的弦和弧的长度就近似相等。因此， $\theta = \frac{\Delta v}{v}$ ，在 Δt 时间内，速度方向变化的角度 $\theta = \omega \Delta t$ 。由此可以求得

$$\Delta v = v\omega\Delta t$$

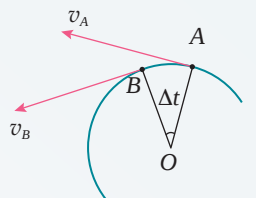
将此式代入加速度定义式 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ，并把 $v = \omega r$ 代入，可以导出向心加速度大小的表达式为

$$a_n = \omega^2 r$$

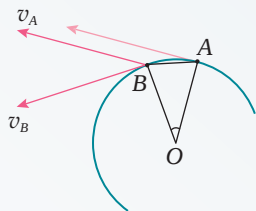
上式也可以写成

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

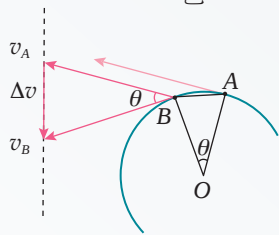
它与根据牛顿第二定律得到的结果是一致的。



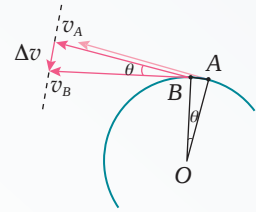
甲



乙



丙



丁

图 6.3-4 推导向心加速度公式

1. 甲、乙两物体都在做匀速圆周运动，关于以下四种情况各举一个实际的例子。在这四种情况下，哪个物体的向心加速度比较大？

- A. 它们的线速度大小相等，乙的半径小
- B. 它们的周期相等，甲的半径大
- C. 它们的角速度相等，乙的线速度小
- D. 它们的线速度大小相等，在相同时间内

甲与圆心的连线扫过的角度比乙的大

2. 月球绕地球公转的轨道接近圆，半径为 $3.84 \times 10^5 \text{ km}$ ，公转周期是 27.3 d。月球绕地球公转的向心加速度是多大？

3. 一部机器与电动机通过皮带连接，机器皮带轮的半径是电动机皮带轮半径的 3 倍（图 6.3-5），皮带与两轮之间不发生滑动。已知机器皮带轮边缘上一点的向心加速度为 0.10 m/s^2 。

（1）电动机皮带轮与机器皮带轮的转速之

比 $n_1 : n_2$ 是多少？

（2）机器皮带轮上 A 点到转轴的距离为轮半径的一半，A 点的向心加速度是多少？

（3）电动机皮带轮边缘上某点的向心加速度是多少？

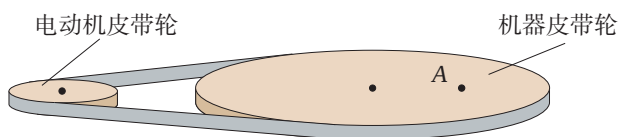


图 6.3-5

4. A、B 两艘快艇在湖面上做匀速圆周运动，在相同的时间内，它们通过的路程之比是 4 : 3，运动方向改变的角度之比是 3 : 2，它们的向心加速度之比是多少？

4 生活中的圆周运动

问题 ?

在铁路弯道处，稍微留意一下，就能发现内、外轨道的高度略有不同。你能解释其中的原因吗？



圆周运动是一种常见的运动形式，在生活中有着广泛的应用。

火车转弯

火车转弯时实际是在做圆周运动，因而具有向心加速度。是什么力使它产生向心加速度？与汽车轮胎不同的是，火车的车轮上有突出的轮缘（图 6.4-1）。

如果铁路弯道的内外轨一样高，火车转弯时，外侧车轮的轮缘挤压外轨，使外轨发生弹性形变，外轨对轮缘的弹力是火车转弯所需向心力的主要来源（图 6.4-2）。但是，火车质量太大，靠这种办法得到向心力，将会使轮缘与外轨间的相互作用力过大，不仅铁轨和车轮极易受损，还可能使火车侧翻。

如果在弯道处使外轨略高于内轨（图 6.4-3），火车转弯时铁轨对火车的支持力 F_N 的方向不再是竖直的，而是斜向弯道的内侧，它与重力 G 的合力指向圆心，为火车转弯提供了一部分向心力。这就减轻了轮缘与外轨间的挤压。在修筑铁路时，要根据弯道的半径和规定的行驶速度，适当选择内外轨的高度差，使转弯时所需的向心力几乎完全由重力 G 和支持力 F_N 的合力来提供。

从这个例子我们再一次看出，向心力是按效果命名的力，任何一个力或几个力的合力，只要它的作用效果是使物体产生向心加速度，它就是物体的向心力。如果认为做匀速圆周运动的物体除了受到另外物体的作用，还要再受一个向心力，那就不对了。

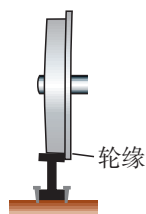


图 6.4-1 火车车轮有突出的轮缘

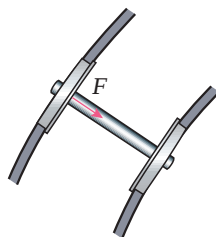


图 6.4-2 如果两轨高度相同，外轨作用在轮缘上的力 F 提供了向心力

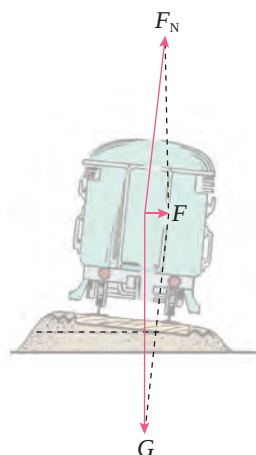


图 6.4-3 重力 G 与支持力 F_N 的合力 F 提供了向心力

思考与讨论

高速公路转弯处和场地自行车比赛的赛道，路面往往有一定的倾斜度。说说这样设计的原因。

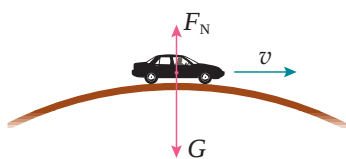


图 6.4-4 汽车通过拱形桥

汽车过拱形桥

汽车过拱形桥时的运动也可以看作圆周运动。质量为 m 的汽车在拱形桥上以速度 v 前进，设桥面的圆弧半径为 r ，我们来分析汽车通过桥的最高点时对桥的压力。

选汽车为研究对象。分析汽车所受的力（图 6.4-4），如果知道了桥对汽车的支持力 F_N ，桥所受的压力也就知道了。

汽车在竖直方向受到重力 G 和桥的支持力 F_N ，它们的合力就是使汽车做圆周运动的向心力 F 。鉴于向心加速度的方向是竖直向下的，故合力为

$$F = G - F_N$$

当汽车通过桥的最高点时，根据牛顿第二定律 $F = ma$ ，有

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

所以

$$G - F_N = m \frac{v^2}{r}$$

由此解出桥对车的支持力

$$F_N = G - m \frac{v^2}{r}$$

► 汽车在拱形桥上但不在最高点时，又该如何分析汽车所受的向心力？

汽车对桥的压力 F_N' 与桥对汽车的支持力 F_N 是一对作用力和反作用力，大小相等。所以压力的大小为

$$F_N' = G - m \frac{v^2}{r}$$

由此可以看出，汽车对桥的压力 F_N' 小于汽车所受的重力 G ，而且汽车的速度越大，汽车对桥的压力越小。试分析，当汽车以越来越大的速度通过拱形桥的最高点时，会发生什么现象？

公路在通过小型水库泄洪闸的下游时常常要修建凹形路面，也叫“过水路面”。汽车通过凹形路面的最低点时（图 6.4-5），车对地面的压力比汽车所受的重力大些还是小些？同学们可以仿照上面的方法自己进行分析。

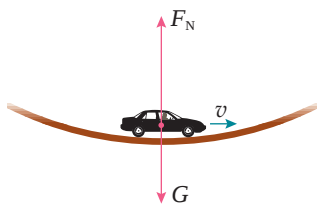


图 6.4-5 汽车通过凹形路面

思考与讨论

地球可以看作一个巨大的拱形桥（图 6.4-6），桥面的半径就是地球的半径 R （约为 $6\,400\text{ km}$ ）。地面上有一辆汽车在行驶，所受重力 $G = mg$ ，地面对它的支持力是 F_N 。

根据上面的分析，汽车速度越大，地面对它的支持力就越小。会不会出现这样的情况：速度大到一定程度时，地面对车的支持力是 0 ？这时驾驶员与座椅之间的压力是多少？驾驶员躯体各部分之间的压力是多少？他这时可能有什么感觉？



图 6.4-6 地球可以看作一个巨大的拱形桥

航天器中的失重现象

上面“思考与讨论”中描述的场景其实已经实现了，不过不是在汽车上，而是在航天器中。我们以绕地球做匀速圆周运动的宇宙飞船为例做些说明。当飞船距地面高度为 $100 \sim 200\text{ km}$ 时，它的轨道半径近似等于地球半径 R ，航天员受到的地球引力近似等于他在地面受到的重力 mg 。

除了地球引力外，航天员还可能受到飞船座舱对他的支持力 F_N 。引力与支持力的合力为他提供了绕地球做匀速圆周运动所需的向心力，即

$$mg - F_N = m \frac{v^2}{R}$$

也就是

$$F_N = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right)$$

由此可以解出，当 $v = \sqrt{Rg}$ 时座舱对航天员的支持力 $F_N = 0$ ，航天员处于完全失重状态。

离心运动

做圆周运动的物体，由于惯性，总有沿着切线方向飞出去的倾向。但是物体没有飞出去，这是因为向心力在拉着它，使它与圆心的距离保持不变。一旦向心力突然消失，物体就会沿切线方向飞出去。

除了向心力突然消失这种情况外，在合力不足以提供

► 有人把航天器失重的原因说成是它离地球太远，从而摆脱了地球引力，这是错误的。正是由于地球引力的存在，才使航天器连同其中的乘员有可能做环绕地球的圆周运动。

► 这里的分析仅仅针对圆轨道而言。其实任何关闭了发动机，又不受阻力的飞行器的内部，都是一个完全失重的环境。例如向空中任何方向抛出的容器，其中的所有物体都处于完全失重状态。

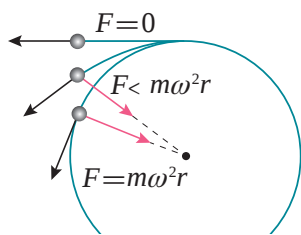


图 6.4-7 物体的离心运动与受力情况



图 6.4-8 医务人员用离心机分离血液

所需的向心力时，物体虽然不会沿切线飞去，也会逐渐远离圆心（图 6.4-7）。

这里描述的运动叫作离心运动。离心运动有很多应用。例如，洗衣机脱水时利用离心运动把附着在物体上的水分甩掉；纺织厂也用这样的方法使棉纱、毛线、纺织品干燥。在炼钢厂中，把熔化的钢水浇入圆柱形模子，模子沿圆柱的中心轴线高速旋转，钢水由于离心运动趋于周壁，冷却后就形成无缝钢管。水泥管道和水泥电线杆的制造也可以采用这种离心制管技术。借助离心机，医务人员可以从血液分离出血浆和红细胞（图 6.4-8）。

离心运动有时也会带来危害。在水平公路上行驶的汽车，如果转弯时速度过大，所需向心力 F 很大，大于最大静摩擦力 $F_{\max}$ ，汽车将做离心运动而造成事故（图 6.4-9）。因此，在公路弯道，车辆不允许超过规定的速度。

高速转动的砂轮、飞轮等，都不得超过允许的最大转速。转速过高时，砂轮、飞轮内部分子间的相互作用力不足以提供所需向心力，离心运动会使它们破裂，酿成事故。

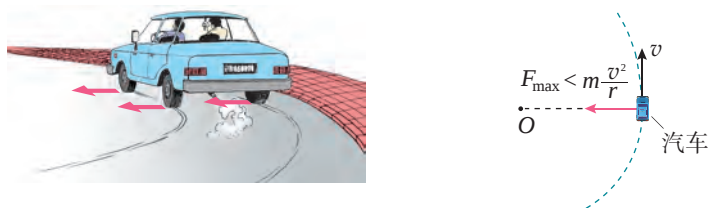


图 6.4-9 汽车转弯时速度过大会造成交通事故

练习与应用

1. 如果高速转动的飞轮的重心不在转轴上，运行将不稳定，而且轴承会受到很大的作用力，加速磨损。图 6.4-10 中飞轮半径 $r = 20 \text{ cm}$ ， OO' 为转动轴。正常工作时转动轴受到的水平作用力可以认为是 0。假想在飞轮的边缘固定一个质量 $m = 0.01 \text{ kg}$ 的小螺丝钉 P ，当飞轮转速 $n = 1000 \text{ r/s}$ 时，转动轴 OO' 受到多大的力？

2. 有一种叫“飞椅”的游乐项目（图 6.4-11）。长为 L 的钢绳一端系着座椅，另一端固定在半径为 r 的水平转盘边缘。转盘可绕穿过其中心的竖直轴转动。当转盘以角速度 ω 匀速转动时，

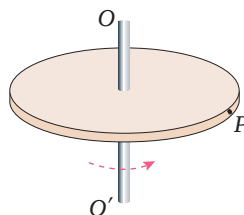


图 6.4-10

钢绳与转轴在同一竖直平面内，与竖直方向的夹角为 θ 。不计钢绳的重力。分析转盘转动的角速度 ω 与夹角 θ 的关系。



图 6.4-11

3. 质量为 $2.0 \times 10^3 \text{ kg}$ 的汽车在水平公路上行驶，轮胎与路面间的最大静摩擦力为 $1.4 \times 10^4 \text{ N}$ 。汽车经过半径为 50 m 的弯路时，如果车速达到 72 km/h ，这辆车会不会发生侧滑？

4. 有一辆质量为 800 kg 的小汽车驶上圆弧半径为 50 m 的拱桥。

(1) 汽车到达桥顶时速度为 5 m/s ，汽车对桥的压力是多大？

(2) 汽车以多大速度经过桥顶时恰好腾空，对桥没有压力？

(3) 汽车对地面的压力过小是不安全的。从这个角度讲，汽车过桥时的速度不能过大。对于同样的车速，拱桥圆弧的半径大些比较安全，还是小些比较安全？

(4) 如果拱桥的半径增大到与地球半径 R 一样，汽车要在桥面上腾空，速度要多大？

5. 质量为 25 kg 的小孩坐在秋千上，小孩离系绳子的横梁 2.5 m 。秋千摆到最低点时，如果小孩运动速度的大小是 5 m/s ，他对秋千的压力是多大？

A 组

1. 请根据加速度的特点, 对以下七种运动进行分类, 并画出分类的树状结构图: 匀速直线运动; 匀变速直线运动; 自由落体运动; 抛体运动; 平抛运动; 匀速圆周运动; 变速圆周运动。

2. 图 6-1 是一皮带传动装置的示意图, 右轮半径为 r , A 是它边缘上的一点。左侧是一轮轴, 大轮半径为 $4r$, 小轮半径为 $2r$ 。 B 点在小轮上, 到小轮中心的距离为 r 。 C 点和 D 点分别位于小轮和大轮的边缘上。如果传动过程中皮带不打滑, 那么 A 、 B 、 C 、 D 点的线速度、角速度、向心加速度之比分别是多少?

3. 在空间站中, 宇航员长期处于失重状态。为缓解这种状态带来的不适, 科学家设想建造一种环形空间站, 如图 6-2 所示。圆环绕中心匀速旋转, 宇航员站在旋转舱内的侧壁上, 可以受到与他站在地球表面时相同大小的支持力。已知地球表面的重力加速度为 g , 圆环的半径为 r , 宇航员可视为质点, 为达到目的, 旋转舱绕其轴线匀速转动的角速度应为多大?

4. 如图 6-3 所示, 长 L 的轻杆两端分别固定着可以视为质点的小球 A 、 B , 放置在光滑水平桌面上, 杆中心 O 有一竖直方向的固定转动

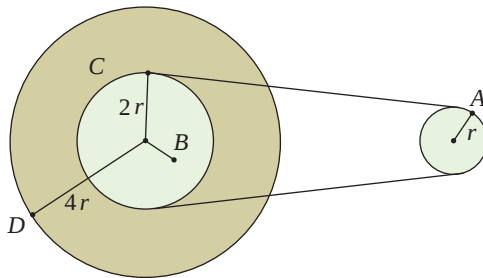


图 6-1

轴, 小球 A 、 B 的质量分别为 $3m$ 、 m 。当轻杆以角速度 ω 绕轴在水平桌面上转动时, 求转轴受杆拉力的大小。

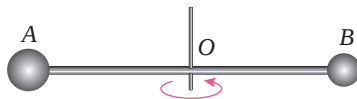
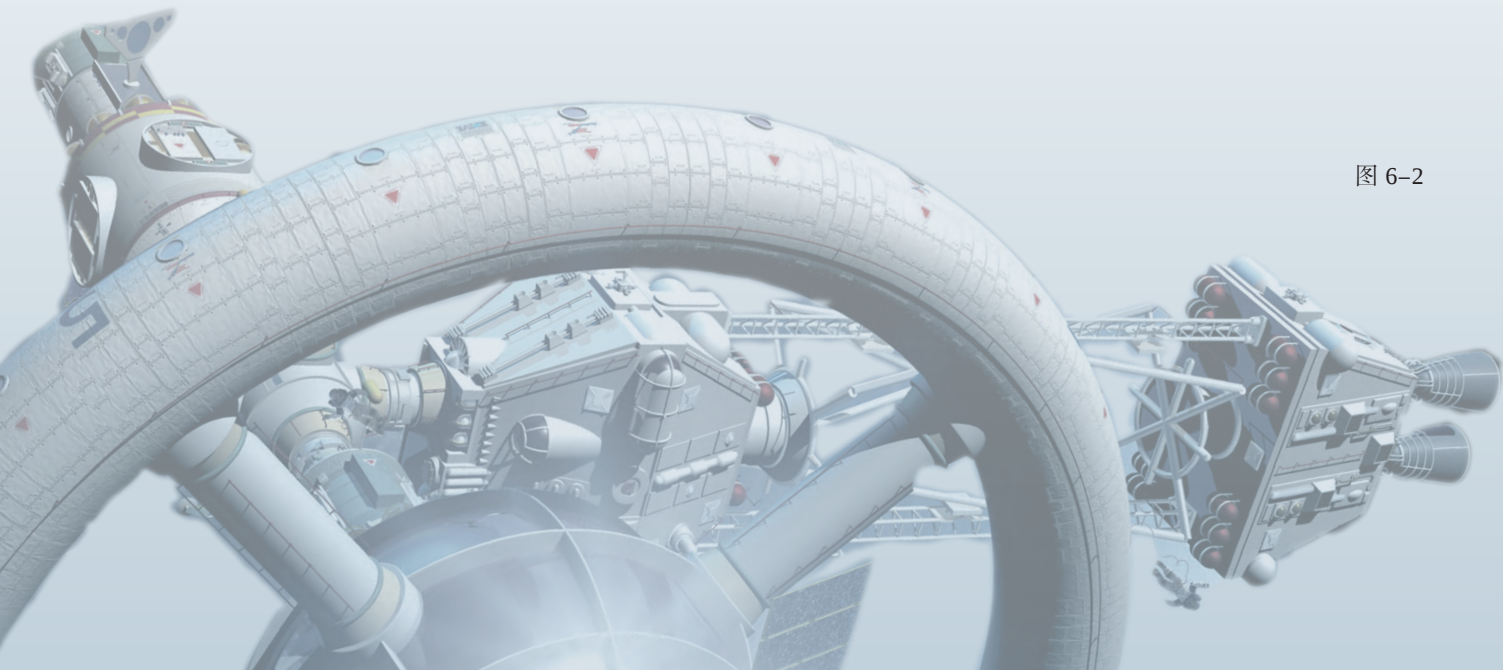


图 6-3

5. 如图 6-4 所示, 滚筒洗衣机脱水时, 滚筒绕水平转动轴转动。滚筒上有很多漏水孔, 滚筒转动时, 附着在潮湿衣服上的水从漏水孔中被甩出, 达到脱水的目的。如果认为湿衣服

图 6-2



在竖直平面内做匀速圆周运动，那么，湿衣服上的水是在最低点还是最高点时更容易甩出？请说明道理。



图 6-4

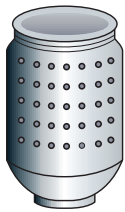


图 6-5

6. 波轮洗衣机中的脱水筒（图 6-5）在脱水时，衣服紧贴在筒壁上做匀速圆周运动。某洗衣机的有关规格如下表所示。在运行脱水程

型号	× ×
额定电压、频率	~220 V、50 Hz
额定脱水功率	225 W
质量	31 kg
脱水转速	600 r/min
脱水筒尺寸	直径 300 mm，高 370 mm
外形尺寸	长 555 mm，宽 510 mm，高 870 mm

序时，有一质量 $m = 6\text{ g}$ 的硬币被甩到桶壁上，随桶壁一起做匀速圆周运动。求桶壁对它的静摩擦力和弹力的大小。在解答本题时可以选择表格中有用的数据。重力加速度 g 取 10 m/s^2 。

7. 如图 6-6 所示，半径为 R 的半球形陶罐，固定在可以绕竖直轴转动的水平转台上，转台转轴与过陶罐球心 O 的对称轴 OO' 重合。转台以一定角速度匀速转动，一质量为 m 的小物块落入陶罐内，经过一段时间后小物块随陶罐一起转动且相对罐壁静止，此时小物块受到的摩擦力恰好为 0，且它和 O 点的连线与 OO' 之间的夹角 θ 为 60° ，重力加速度为 g 。求转台转动的角速度。

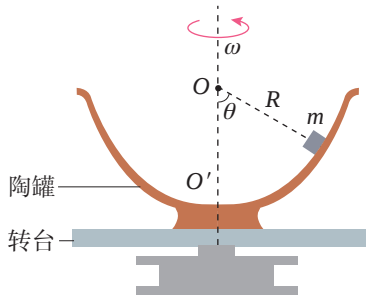


图 6-6

B 组

1. 如图 6-7 所示，半径 $R = 0.40\text{ m}$ 的光滑半圆环轨道处于竖直平面内，半圆环与水平地面相切于圆环的端点 A 。一小球从 A 点冲上竖直半圆环，沿轨道运动到 B 点飞出，最后落在

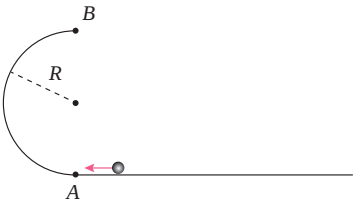


图 6-7

水平地面上的 C 点（图上未画）， g 取 10 m/s^2 。

（1）能实现上述运动时，小球在 B 点的最小速度是多少？

（2）能实现上述运动时， A 、 C 间的最小距离是多少？

2. 如图 6-8 所示，做匀速圆周运动的质点在时间 t 内由 A 点运动到 B 点， AB 弧所对的圆心角为 θ 。

（1）若 AB 弧长为 l ，求质点向心加速度的大小。

(2) 若由A点运动到B点速度改变量的大小为 Δv , 求质点做匀速圆周运动的向心加速度的大小。

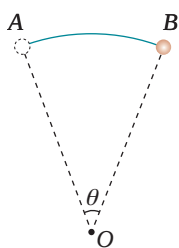


图 6-8

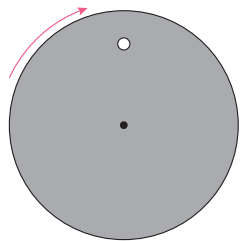


图 6-9

3. 如图 6-9 所示, 带有一白点的黑色圆盘, 绕过其中心且垂直于盘面的轴沿顺时针方向匀速转动, 转速 $n = 20 \text{ r/s}$ 。在暗室中用每秒闪光 21 次的频闪光源照射圆盘, 求观察到白点转动的方向和转动的周期。

4. 如图 6-10 所示, 一长为 l 的轻杆的一端固定在水平转轴上, 另一端固定一质量为 m 的小球, 轻杆随转轴在竖直平面内做角速度为 ω 的匀速圆周运动, 重力加速度为 g 。

(1) 小球运动到最高点时, 求杆对球的作用力。

(2) 小球运动到水平位置 A 时, 求杆对球的作用力。

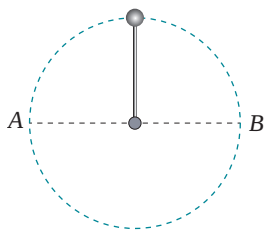


图 6-10

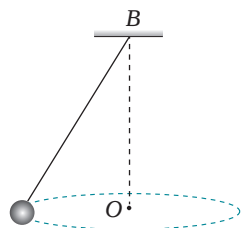


图 6-11

5. 如图 6-11 所示, 质量为 m 的小球用细线悬于 B 点, 使小球在水平面内做匀速圆周运动, 重力加速度为 g 。

(1) 若悬挂小球的绳长为 l , 小球做匀速圆周运动的角速度为 ω , 绳对小球的拉力 F 有多大?

(2) 若保持轨迹圆的圆心 O 到悬点 B 的距离 h 不变, 改变绳长 l , 求小球做匀速圆周运动的角速度 ω 与绳长 l 的关系。

(3) 若保持轨迹圆的圆心 O 到悬点 B 的距离 h 不变, 改变绳长 l , 求绳对 A 球的拉力 F 与绳长 l 的关系。

6. 某人站在水平地面上, 手握不可伸长的轻绳一端, 绳的另一端系有质量为 m 的小球, 使球在竖直平面内以手为圆心做圆周运动。当球某次运动到最低点时, 绳恰好受到所能承受的最大拉力被拉断, 球以绳断时的速度水平飞出, 通过水平距离 d 后落地。已知握绳的手离地面高度为 d , 手与球之间的绳长为 $\frac{d}{4}$, 重力加速度为 g , 忽略空气阻力。

(1) 绳能承受的最大拉力是多少?

(2) 保持手的高度不变, 改变绳长, 使球重复上述运动, 若绳仍在球运动到最低点时达到最大拉力被拉断, 要使球抛出的水平距离最大, 绳长应是多少? 最大水平距离是多少?

7. 图 6-12 是场地自行车比赛的圆形赛道。路面与水平面的夹角为 15° , $\sin 15^\circ = 0.259$, $\cos 15^\circ = 0.966$, 不考虑空气阻力, g 取 10 m/s^2 。

(1) 某运动员骑自行车在该赛道上做匀速圆周运动, 圆周的半径为 60 m , 要使自行车不受摩擦力作用, 其速度应等于多少?

(2) 若该运动员骑自行车以 18 m/s 的速度仍沿该赛道做匀速圆周运动, 自行车和运动员的质量一共是 100 kg , 此时自行车所受摩擦力的大小又是多少? 方向如何?



图 6-12

7

第七章

万有引力与宇宙航行

自远古以来，当人们仰望星空时，天空中壮丽璀璨的景象便吸引了他们的注意。智慧的头脑开始探索星体运动的奥秘。到了 17 世纪，牛顿以他伟大的工作把天空中的现象与地面上的现象统一起来，成功地解释了天体运行的规律。时至今日，上千颗人造地球卫星正在按照万有引力定律为它们“设定”的轨道绕地球运转着。牛顿发现的万有引力定律取得了如此辉煌的成就，以至于阿波罗 8 号从月球返航的途中，当地面控制中心问及“是谁在驾驶”的时候，宇航员回答：“我想现在是牛顿在驾驶。”

这一章我们将学习对人类智慧影响至为深远、在天体运动中起着决定性作用的万有引力定律，并了解它的发现历程和在人类开拓太空中的作用。



(牛顿的)《原理》将成为一座永垂不朽的深邃智慧的纪念碑,它向我们揭示了最伟大的宇宙定律,是高于(当时)人类一切其他思想产物之上的杰作,这个简单而普遍定律的发现,以它囊括对象之巨大和多样性,给予人类智慧以光荣。

——拉普拉斯^①

1 行星的运动

问题



不同行星都在各自的轨道上绕太阳运行,行星运行的轨道有怎样的特点?行星绕太阳运行的周期与距离太阳的远近是否存在某种关系?



在古代,人们对于天体的运动存在着地心说和日心说两种对立的看法。地心说认为地球是宇宙的中心,是静止不动的,太阳、月球以及其他星体都绕地球运动。它符合人们的直接经验。日心说则认为太阳是静止不动的,地球和其他行星都绕太阳运动,似乎与人们的生活经验不相符合。经过长期论争,日心说战胜了地心说,最终被接受。无论地心说还是日心说,古人都把天体的运动看得很神圣,认为天体的运动必然是最完美、最和谐的匀速圆周运动。行星运动果真如此吗?



开普勒 (Johannes Kepler, 1571—1630)

开普勒定律

德国天文学家开普勒用 20 年的时间研究了丹麦天文学家第谷的行星观测记录,发现如果假设行星的运动是匀速圆周运动,计算所得的数据与观测数据不符;只有假设行星

^① 拉普拉斯 (Pierre-Simon Laplace, 1749 — 1827), 法国数学家、天文学家。

绕太阳运动的轨道不是圆，而是椭圆，才能解释这种差别。他还发现了行星运动的其他规律。开普勒分别于 1609 年和 1619 年发表了他发现的下列规律，后人称为**开普勒行星运动定律**。

开普勒第一定律 所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上。

开普勒第一定律告诉我们：行星绕太阳运行的轨道严格来说不是圆而是椭圆；太阳不在椭圆的中心，而是在其中一个焦点上；行星与太阳间的距离是不断变化的。



做一做

绘制椭圆

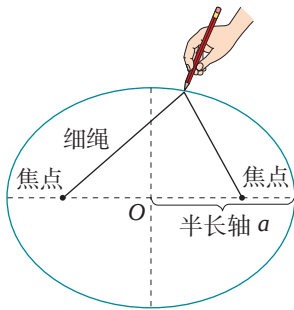


图 7.1-1 用图钉和细绳画椭圆

可以用一条细绳和两只图钉来画椭圆。如图 7.1-1，把白纸铺在木板上，然后按上图钉。把细绳的两端系在图钉上，用一支铅笔紧贴着细绳滑动，使绳始终保持张紧状态。铅笔在纸上画出的轨迹就是椭圆，图钉在纸上留下的痕迹叫作椭圆的焦点。

保持绳长不变，当两焦点不断靠近时，椭圆形状如何变化？焦点重合时，半长轴转变为什么？

开普勒第二定律 对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等（图 7.1-2）。

开普勒第二定律告诉我们：当行星离太阳较近的时候，运行的速度较大，而离太阳较远的时候速度较小。

开普勒第三定律 所有行星轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比都相等。

若用 a 代表椭圆轨道的半长轴， T 代表公转周期，开普勒第三定律告诉我们

$$\frac{a^3}{T^2} = k$$

比值 k 是一个对所有行星都相同的常量。

实际上，行星的轨道与圆十分接近（图 7.1-3），在中学阶段的研究中我们可按圆轨道处理。这样就可以说：

1. 行星绕太阳运动的轨道十分接近圆，太阳处在圆心。
2. 对某一行星来说，它绕太阳做圆周运动的角速度（或线速度）不变，即行星做匀速圆周运动。

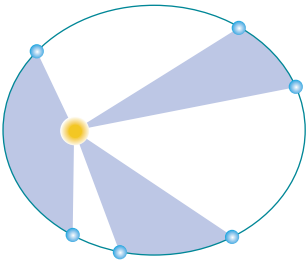


图 7.1-2 行星与太阳的连线在相等时间内扫过相等的面积

3. 所有行星轨道半径 r 的三次方跟它的公转周期 T 的二次方的比值都相等, 即 $\frac{r^3}{T^2} = k$ 。

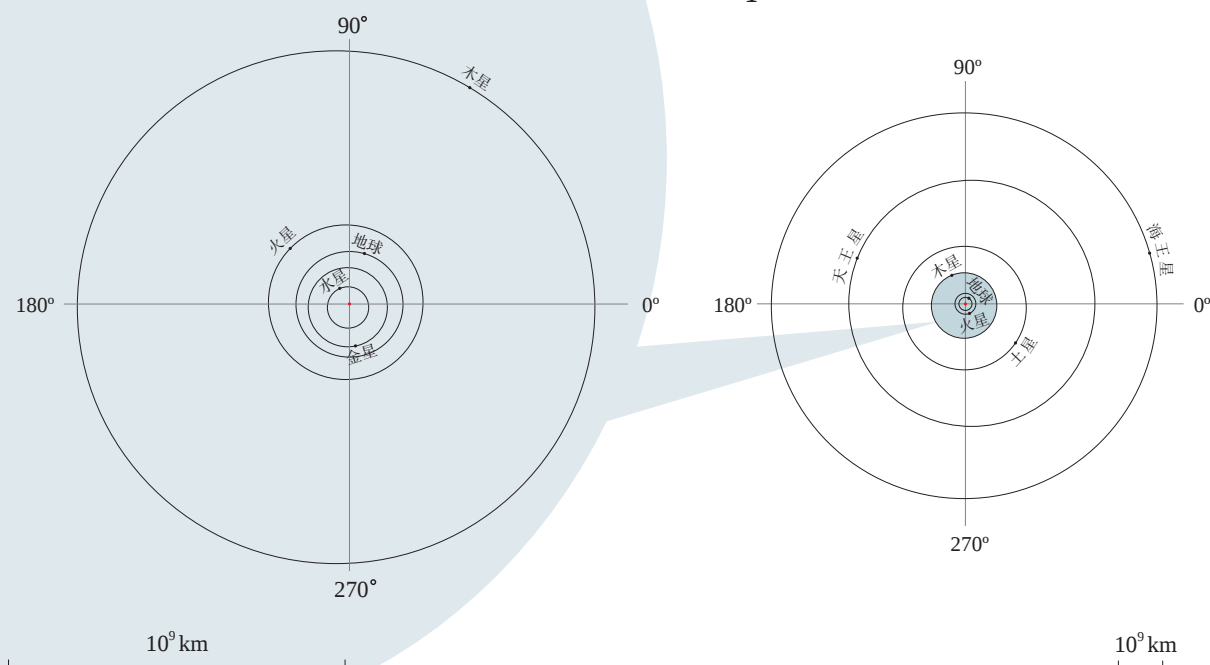


图 7.1-3 太阳系八大行星的轨道示意图



科学漫步

人类对行星运动规律的认识

托勒密：地心宇宙 当我们远古的祖先惊叹星空的玄妙时，他们就开始试图破译日月星辰等天文现象的奥秘……那时，多数人都自然地认为，地球是静止不动的，太阳、月球和星星从头上飞过，地球是宇宙的中心。

我们的祖先发现，尽管所有星辰每日都要东升西落，但绝大多数星星的相互位置都几乎是固定的，几百年内不会发生肉眼可见的变化，它们是“恒星”。然而，水星、金星、火星、木星、土星这五颗亮星则在众星的背景前移动，有的在几个星期中就能发现它的位置变化，所以它们叫作“行星”。

细心的观察表明，行星并非总向一个方向移动。大多数时间它相对于恒星由西向东移动，但有时却要停下来，然后向西移动一段时间，随后又向东移动，这个现象叫作行星的逆行

(图 7.1-4)。

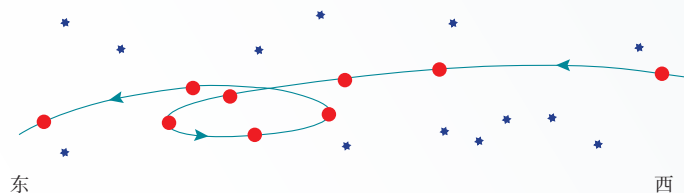


图 7.1-4 火星的逆行

为了解释行星的逆行，古希腊人提出一个理论。这个理论认为每个行星都沿着圆运动，这个圆叫作“本轮”，同时本轮的圆心

又环绕着地球沿一个叫作“均轮”的大圆运动（图 7.1-5）。这个理论在公元 2 世纪由伟大的古代天文学家托勒密完善而成。

值得指出的是，一个本轮与一个均轮还不能十分准确地解释行星的运动。为了与观察结果更好地符合，每个行星需要不止一个本轮，结果“轮上轮”的总数达到 80 多个，并且还要引入“偏心点”和“偏心等距点”等复杂概念。这就使它缺少简洁性，而简洁性正是科学家们所追求的。

哥白尼：拦住了太阳，推动了地球 公元 1543 年，波兰的一位长者哥白尼临终前在病榻上为其毕生致力的著作《天体运行论》签上了自己的姓名。这部书预示了地心宇宙论的终结。

此前一个世纪，文艺复兴带来的思想与艺术的繁荣在意大利萌发并已扩展到全欧洲。哥白尼坚信宇宙与自然是美的，而美的东西一定是简单与和谐的。托勒密的宇宙图景与他的信念不一致。另一方面，文艺复兴解脱了束缚人们头脑的枷锁，哥白尼采取了比前人更广阔的视角来洞察自然。就像那个时期艺术家们的眼光超越了宗教艺术、哥伦布的眼光超越了欧洲一样，哥白尼的眼光超越了地球。他把地球看成空间的一个物体，一个与其他天体相似的物体。这个观念是如此开放，以至在他面前，地球中心宇宙观显得那么狭隘和偏执。

哥白尼提出，行星和地球绕太阳做匀速圆周运动，只有月球环绕地球运行（图 7.1-6）。由于地球的自转，我们看到了太阳、月球和众星每天由东向西的运动。这个理论也解释了行星逆行等许多现象。于是，他动情地写道：“太阳在宇宙正中坐在其宝座上。在这壮丽的神殿里，有谁能将这个发光体放在一个更好的位置上以让它同时普照全宇宙？……于是我们在这样的安排中找到了这个世界美妙的和谐……”

到了 17 世纪初，地心宇宙论棺木上的最后一颗钉子敲下了：伽利略发明了望远镜。1609 年，他发现了围绕木星转动的“月球”，进一步表明地球不是所有天体运动的中心。至于是什么维持地球运动、空中的飞鸟和浮云为什么不落在后面等问题，直到伽利略和牛顿提出关于运动的新观念之后，才得到合理的解释。哥白尼使人类来到了牛顿力学的门前。

第谷：天才的观测家 哥白尼去世后三年，第谷在丹麦出生了。他全身心投入到行星位置的观测中。在他以前，人们测量天体位置的误差大约是 $10'$ ，第谷把这个不确定性减小到 $2'$ 。他的观测结果为哥白尼的学说提供了关键性的支持。

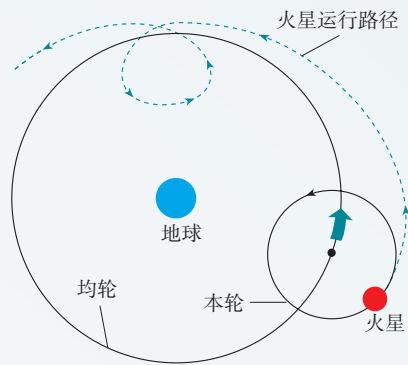


图 7.1-5 本轮和均轮

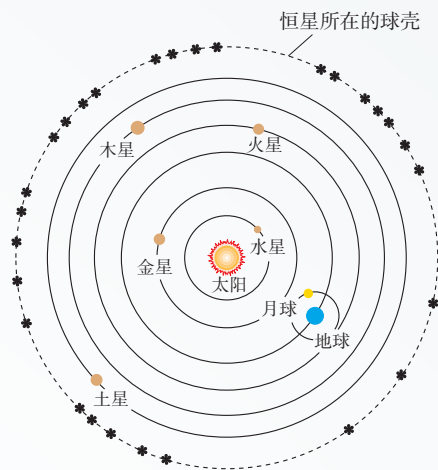


图 7.1-6 哥白尼认为地球和行星绕太阳做匀速圆周运动

1600年，出生于德国的开普勒开始与第谷一起工作，他善于从理论上思考问题。为了完成他构建理论宇宙学的追求，开普勒需要第谷的观测数据。第谷为了把他的数据组织成有用的形式，需要开普勒的数学天才。

18个月后，第谷去世了。开普勒以全部精力整理第谷的观测数据，企望求得对行星运动轨道的更准确的描述。

开普勒：真理超出期望 开普勒相信哥白尼的学说，所以开始时他按行星绕太阳做匀速圆周运动的观点来思考问题。在他对火星轨道的研究中，70余次尝试所得的结果都与第谷的观测数据有至少 $8'$ 的偏差。是第谷测量错了吗？开普勒对第谷数据的精确性深信不疑。他想，这不容忽视的 $8'$ 也许正是因为行星的运动并非匀速圆周运动。至此，人们长期以来视为真理的观念——天体在做“完美的”匀速圆周运动，第一次受到了怀疑。此后，他经过多年的尝试性计算，终于发现并先后于1609年和1619年发表了行星运动的三个定律。

为此开普勒曾欣喜若狂地说：“16年了……我终于走向光明，认识到的真理远超出我的热切期望。”的确，把几千个数据归纳成如此简洁的几句话，这是极为杰出的成就。开普勒享受了科学探究的乐趣，享受了人生的满足。不过，开普勒并不知道，他所发现的三个定律蕴涵着极其重大的“天机”，那就是万有引力的规律。

开普勒观念的基础是日心说。从表面上看，日心说与地心说不过是参考系的改变。其实，这是一次真正的科学革命，因为它使人们的世界观发生了重大变革。宇宙中心的转变暗示了宇宙可能根本没有中心！



练习与应用

1. 地球公转轨道的半径在天文学上常用来作为长度单位，叫作天文单位，用来量度太阳系内天体与太阳的距离。（这只是个粗略的说法。在天文学中，“天文单位”有严格的定义，用符号AU表示。）已知火星公转的轨道半径是1.5 AU，根据开普勒第三定律，火星公转的周期是多少个地球日？

2. 开普勒行星运动定律不仅适用于行星绕太阳的运动，也适用于卫星绕行星的运动。如果一颗人造地球卫星沿椭圆轨道运动，它在离地球最近的位置（近地点）和最远的位置（远

地点），哪点的速度比较大？

3. 在力学中，有的问题是根据物体的运动探究它受的力，有的问题则是根据物体所受的力推测它的运动。这一节的讨论属于哪一种情况？你能从过去学过的内容或做过的练习中各找出一个例子吗？

4. 对于 $F = m \frac{v^2}{r}$ ， $v = \frac{2\pi r}{T}$ ， $\frac{r^3}{T^2} = k$ 这三个等式来说，有的可以在实验室中验证，有的则不能，这个无法在实验室验证的规律是怎么得到的？

2 万有引力定律

问题 ?

各行星都围绕着太阳运行，说明太阳与行星之间的引力是使行星如此运动的主要原因。引力的大小和方向能确定吗？



开普勒定律发现之后，人们开始更深入地思考：是什么原因使行星绕太阳运动？历史上科学家们的探索之路充满艰辛。

伽利略、开普勒及笛卡儿都提出过自己的解释。牛顿时代的科学家，如胡克和哈雷等对此作出了重要的贡献。

胡克等人认为，行星绕太阳运动是因为受到了太阳对它的引力，甚至证明了如果行星的轨道是圆形的，它所受引力的大小跟行星到太阳距离的二次方成反比。但是由于关于运动和力的清晰概念是由牛顿建立的，当时没有这些概念，因此他们无法深入研究。

牛顿在前人对惯性研究的基础上，开始思考“物体怎样才会不沿直线运动”这一问题。他的回答是：以任何方式改变速度（包括改变速度的方向）都需要力。这就是说，使行星沿圆或椭圆运动，需要指向圆心或椭圆焦点的力，这个力应该就是太阳对它的引力。于是，牛顿利用他的运动定律把行星的向心加速度与太阳对它的引力联系起来了。

下面我们根据牛顿运动定律及开普勒行星运动定律来讨论太阳与行星间的引力。

► 哥白尼、第谷、开普勒这些科学家不畏艰辛、几十年如一日刻苦钻研的精神是成功的基石，值得我们学习。

行星与太阳间的引力

行星绕太阳的运动可以看作匀速圆周运动。行星做匀速圆周运动时，受到一个指向圆心（太阳）的引力，正是这个引力提供了向心力，由此可推知太阳与行星间引力的

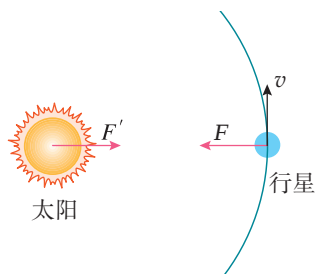


图 7.2-1 太阳与行星间的引力

► 从第谷的数千个数据到开普勒行星运动定律，再到引力的表达式，我们可以体会到认识越深刻，表述就越简洁，含义就越丰富。获得真知的愉悦和审美感受总是激励科学家不断探索。

方向沿着二者的连线（图 7.2-1）。

设行星的质量为 m ，速度为 v ，行星与太阳间的距离为 r ，则行星绕太阳做匀速圆周运动的向心力为

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

天文观测可以测得行星公转的周期 T ，并据此可求出行星的速度

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

把这个结果代入向心力的表达式，整理后得到

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

通过上节的学习我们知道周期 T 和半径 r 有一定的关系，把开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2} = k$ 变形为 $T^2 = \frac{r^3}{k}$ ，代入上面的关系式得到

$$F = 4\pi^2 k \frac{m}{r^2}$$

上式等号右边除了 m 、 r 以外，其余都是常量，对任何行星来说都是相同的，因而可以说太阳对行星的引力 F 与行星的质量 m 成正比，与 r^2 成反比，即 $F \propto \frac{m}{r^2}$ 。

我们知道，力的作用是相互的。太阳吸引行星，行星也同样吸引太阳，也就是说，在引力的存在与性质上，行星和太阳的地位完全相当，因此，行星与太阳的引力也应与太阳的质量 $m_{\text{太}}$ 成正比，即 $F \propto \frac{m_{\text{太}} m}{r^2}$ ，写成等式就是

$$F = G \frac{m_{\text{太}} m}{r^2}$$

式中量 G 与太阳、行星都没有关系。太阳与行星间引力的方向沿着二者的连线。

月一地检验

地球绕太阳运动，月球绕地球运动，它们之间的作用力是同一种性质的力吗？这种力与地球对树上苹果的吸引力也是同一种性质的力吗（图 7.2-2）？

图 7.2-2



假设地球与月球间的作用力与太阳与行星间的作用力是同一种力，它们的表达式也应该满足 $F = G \frac{m_{\text{月}} m_{\text{地}}}{r^2}$ 。根据牛顿第二定律，月球绕地球做圆周运动的向心加速度 $a_{\text{月}} = \frac{F}{m_{\text{月}}} = G \frac{m_{\text{地}}}{r^2}$ (式中 $m_{\text{地}}$ 是地球质量， r 是地球中心与月球中心的距离)。

进一步，假设地球对苹果的吸引力也是同一种力，同理可知，苹果的自由落体加速度 $a_{\text{苹}} = \frac{F}{m_{\text{苹}}} = G \frac{m_{\text{地}}}{R^2}$ (式中 $m_{\text{地}}$ 是地球质量， R 是地球中心与苹果间的距离)。

由以上两式可得 $\frac{a_{\text{月}}}{a_{\text{苹}}} = \frac{R^2}{r^2}$ 。由于月球与地球中心的距离 r 约为地球半径 R 的 60 倍，所以 $\frac{a_{\text{月}}}{a_{\text{苹}}} = \frac{1}{60^2}$ 。



思考与讨论

已知自由落体加速度 g 为 9.8 m/s^2 ，月球中心距离地球中心的距离为 $3.8 \times 10^8 \text{ m}$ ，月球公转周期为 27.3 d，约 $2.36 \times 10^6 \text{ s}$ 。根据这些数据，能否验证前面的假设？

在牛顿的时代，人们已经能够比较精确地测定自由落体加速度，当时也能比较精确地测定月球与地球的距离、月球公转的周期，从而能够算出月球运动的向心加速度。计算结果与预期符合得很好。这表明，地面物体所受地球的引力、月球所受地球的引力，与太阳、行星间的引力，真的遵从相同的规律！

► 牛顿深入思考了月球受到的引力与地面物体受到的引力的关系。正是在这个过程中，力与加速度的关系在牛顿的思想中明确起来了。

万有引力定律

我们的思想还可以更解放。既然太阳与行星之间、地球与月球之间，以及地球与地面物体之间具有“与两个物体的质量成正比、与它们之间距离的二次方成反比”的吸引力，是否任意两个物体之间都有这样的力呢？很可能有，只是由于身边物体的质量比天体的质量小得多，不易觉察罢了。于是我们大胆地把以上结论推广到宇宙中的一切物体之间：自然界中任何两个物体都相互吸引，引力的方向在它们的连线上，引力的大小与物体的质量 m_1 和 m_2 的乘积成正比、与它们之间距离 r 的二次方成反比，即

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

► 科学论证需要证据支持。开普勒根据第谷的观测数据提出了行星运动定律，行星运动定律又为万有引力定律提供了支持，“月—地检验”进一步验证了万有引力定律。

式中质量的单位用千克 (kg)，距离的单位用米 (m)，力的单位用牛 (N)。G 是比例系数，叫作**引力常量** (gravitational constant)，适用于任何两个物体。

尽管以上推广是十分自然的，但仍要接受事实的直接或间接的检验。本章后面的讨论表明，由此得出的结论与事实相符，于是，它成为科学史上最伟大的定律之一——**万有引力定律** (law of universal gravitation)。它于 1687 年发表在牛顿的传世之作《自然哲学的数学原理》中。

万有引力定律明确地向人们宣告，天上和地上的物体都遵循着完全相同的科学法则；它向人们揭示，复杂运动的后面可能隐藏着简洁的科学规律，正是这种对简洁性的追求启迪科学家不断探索物理理论的统一。

引力常量

► 有人曾问李政道教授，在他做学生时，刚一接触物理学，什么东西给他的印象最深？他毫不迟疑地回答，是物理学法则的普适性深深地打动了他。

牛顿得出了万有引力与物体质量及它们之间距离的关系，但却无法算出两个天体之间万有引力的大小，因为他不知道引力常量 G 的值。

一百多年以后，英国物理学家卡文迪什在实验室里通过测量几个铅球之间的万有引力，比较准确地得出了 G 的数值。目前推荐的标准值 $G = 6.672\,59 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ，通常取 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 。



思考与讨论

一个篮球的质量为 0.6 kg，它所受的重力有多大？试估算操场上相距 0.5 m 的两个篮球之间的万有引力。

引力常量是自然界中少数几个最重要的物理常量之一。卡文迪什在对一些物体间的引力进行测量并算出引力常量 G 以后，又测量了多种物体间的引力，所得结果与利用引力常量 G 按万有引力定律计算所得的结果相同。引力常量的普适性成了万有引力定律正确性的有力证据。

牛顿的科学生涯

牛顿——伟大的科学家，牛顿力学理论体系的建立者，1643年1月4日^①诞生在英格兰的林肯郡。他少年时代喜欢摆弄机械，喜欢绘画、雕刻，尤其喜欢刻日晷，用以观看日影的移动，从而得知时刻。12岁进中学，学习成绩并不出众，只是爱好读书，喜欢沉思，爱做小实验，对自然现象有好奇心。他还分门别类地记读书心得笔记，又喜欢别出心裁地做些小工具、小发明。他的中学校长和他的舅父独具慧眼，鼓励牛顿去大学读书。牛顿于1661年进入剑桥大学三一学院，1665年获得学士学位。

1665～1666年伦敦鼠疫流行，学校停课，牛顿回到故乡。牛顿在剑桥受到数学和自然科学的培养和熏陶，对探索自然现象产生了极浓厚的兴趣。就在躲避鼠疫这两年内，他在自然科学领域思潮奔腾，思考了前人从未想过的问题，创建了惊人的业绩。

1665年初，他创立了级数近似法和把任何幂的二项式化为一个级数的方法。同年11月，创立了微分学。次年1月，牛顿研究颜色理论，5月开始研究积分学。这一年内，牛顿还开始研究重力问题，并把重力与月球的运动、行星的运动联系起来考虑。他从开普勒行星运动定律出发，通过数学推导发现：使行星保持在它们轨道上的力，必定与行星到转动中心的距离的二次方成反比。由此可见，牛顿一生中最重大的科学思想，是在他二十多岁时思想敏锐的短短两年期间孕育、萌发和形成的。

牛顿于1684年8～10月先后写了《论运动》《论物体在均匀介质中的运动》，1687年出版了《自然哲学的数学原理》（图7.2-3），1704年出版了《光学》。他在1727年去世前，说了一段有名的话：“如果我所见到的比笛卡儿要远些，那是因为我站在巨人的肩膀上。”

牛顿所指的巨人及其成就，包括欧几里得的数学、阿基米德的静力学、开普勒的行星运动定律、伽利略的运动理论和实验结果，还包括惯性概念、笛卡儿的动量守恒、惠更斯的向心力，等等。在科学方法上，他以培根的实验归纳方法为基础，又吸收了笛卡儿的数学演绎体系，形成了以下比较全面的科学方法。

（1）重视实验，从归纳入手。这是牛顿科学方法论的基础。他曾说过：“为了决定什么是真理而去对可以解释现象的各种说法加以推敲，这种做法我认为是行之有效的……探求事物属性的准确方法是从实践中把它们推导出来。”牛顿本人在实验上具有高度的严谨性和娴熟的技巧，在《自然哲学的数学原理》一书中他描述了大量实验。

（2）为了使归纳成功，不仅需要可靠的资料与广博的知

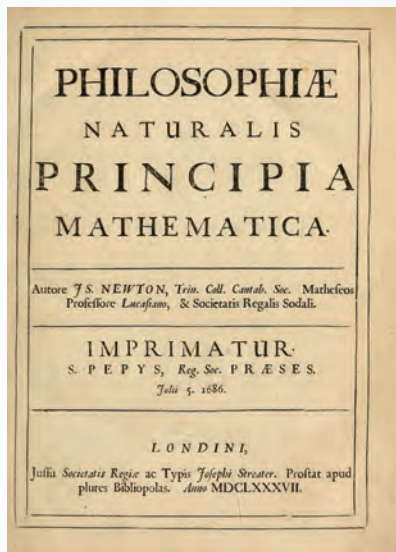


图 7.2-3 《自然哲学的数学原理》

^① 即英国旧历 1642 年 12 月 25 日。

识，而且要有清晰的逻辑头脑。首先要善于从众多的事实中挑选出几个最基本的要素，形成深刻反映事物本质的概念，然后才能以此为基石找出事物之间的各种联系并得出结论。牛顿在谈到自己的工作方法的奥秘时说，要“不断地对事物深思”。

伽利略和笛卡儿、惠更斯等已经用位移、速度、加速度、动量等一系列科学概念代替了古希腊人模糊不清的自然哲学概念；牛顿的功绩是，在把它们系统化的同时贡献出两个关键性的概念：“力”和“质量”。他把质量与重量区别开来，并把质量分别与惯性和引力联系起来。牛顿综合了天体和地面上物体的运动规律，形成了深刻反映事物本质的科学体系。

(3) 事物之间的本质联系只有通过数学才能归纳为能够测量、应用和检验的公式和定律。牛顿的数学才能帮助他解决了旁人解不开的难题。他把上述基本概念定义为严格的物理量，并且创造出新的数学工具来研究变量间的关系，从而建立了运动三定律和万有引力定律。

此外，牛顿勤奋学习的精神，积极思索、耐心实验，以及年复一年坚持不懈地集中思考某一问题等优秀品质，也是他取得伟大成就的内在因素。

当然，并非他做的每件事都值得尊重。他有许多年陷入炼金术及其他神秘探索，也很难包容持不同意见的人。他犯过的错误和性格上的弱点也许比人们知道得更多，但他仍是一位无与伦比的巨人。

1727年3月31日，牛顿在睡梦中溘然长逝，终年84岁。他被安葬在威斯敏斯特教堂，那是英国人安葬英雄的地方。

练习与应用

1. 既然任何物体间都存在着引力，为什么当两个人接近时他们不会吸在一起？我们通常分析物体的受力时是否需要考虑物体间的万有引力？请你根据实际情况，应用合理的数据，通过计算说明以上两个问题。

2. 你在读书时，与课桌之间有万有引力吗？如果有，试估算一下这个力的大小，它的方向如何？

3. 大麦哲伦云和小麦哲伦云是银河系外离地球最近的星系（很遗憾，在北半球看不见）。大麦哲伦云的质量为太阳质量的 10^{10} 倍，即 2.0×10^{40} kg，小麦哲伦云的质量为太阳质量的 10^9 倍，两者相距 5×10^4 光年，求它们之间的引力。

4. 太阳质量大约是月球质量的 2.7×10^7 倍，

太阳到地球的距离大约是月球到地球距离的 3.9×10^2 倍，试比较太阳和月球对地球的引力。

5. 木星有4颗卫星是伽利略发现的，称为伽利略卫星，其中三颗卫星的周期之比为 $1:2:4$ 。小华同学打算根据万有引力的知识计算木卫二绕木星运动的周期，她收集到了如下一些数据。

木卫二的数据：质量 4.8×10^{22} kg、绕木星做匀速圆周运动的轨道半径 6.7×10^8 m。

木星的数据：质量 1.9×10^{27} kg、半径 7.1×10^7 m、自转周期9.8 h。

但她不知道应该怎样做，请你帮助她完成木卫二运动周期的计算。

3 万有引力理论的成就

问题 ?

在初中，我们已经知道物体的质量可以用天平来测量，生活中物体的质量常用电子秤或台秤来称量。对于地球，我们怎样“称量”它的质量呢？



一个成功的理论不仅能够解释已知的事实，更重要的是能够预言未知的现象。

“称量”地球的质量

有了万有引力定律，我们就能“称量”地球的质量！

“称量”地球的质量时，我们应选择哪个物体作为研究对象？运用哪些物理规律？需要忽略的次要因素是什么？

若不考虑地球自转的影响，地面上质量为 m 的物体所受的重力 mg 等于地球对物体的引力，即

$$mg = G \frac{mm_{\text{地}}}{R^2}$$

式中 $m_{\text{地}}$ 是地球的质量； R 是地球的半径，也就是物体到地心的距离。由此解出

$$m_{\text{地}} = \frac{gR^2}{G}$$

地面的重力加速度 g 和地球半径 R 在卡文迪什之前就已经知道，一旦测得引力常量 G ，就可以算出地球的质量 $m_{\text{地}}$ 。因此，卡文迪什把他自己的实验说成是“称量地球的重量”。^①

► 在实验室里测量几个铅球之间的作用力，就可以“称量”地球，这不能不说是一个科学奇迹。难怪一位外行人、著名文学家马克·吐温满怀激情地说：“科学真是迷人。根据零星的事实，增添一点猜想，竟能赢得那么多收获！”

^① 用现代物理学的术语，应该说是“称量”地球的质量。

计算天体的质量

能用“称量”地球质量的方法“称量”太阳吗？怎样才能得到太阳的质量？

行星绕太阳做匀速圆周运动，向心力是由它们之间的万有引力提供的，由此可以依据万有引力定律和牛顿第二定律列出方程，从中解出太阳的质量。

设 $m_{\text{太}}$ 是太阳的质量， m 是某个行星的质量， r 是行星与太阳之间的距离，行星做匀速圆周运动的向心力由它们之间的万有引力提供，列出方程

$$G \frac{mm_{\text{太}}}{r^2} = m\omega^2 r$$

行星运动的角速度 ω 不能直接测出，但可测出它的周期 T 。把 ω 和 T 的关系

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

代入上式得到

$$G \frac{mm_{\text{太}}}{r^2} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

由此式可得

$$m_{\text{太}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

测出行星的公转周期 T 和它与太阳的距离 r ，就可以算出太阳的质量。

思考与讨论

已知太阳与地球间的平均距离约为 $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ，你能估算太阳的质量吗？换用其他行星的相关数据进行估算，结果会相近吗？为什么？

虽然不同行星与太阳间的距离 r 和绕太阳公转的周期 T 各不相同，但是根据开普勒第三定律，所有行星的 $\frac{r^3}{T^2}$ 均相同，所以无论选择哪颗行星的轨道半径和公转周期进行计算，所得的太阳质量均相同。

如果已知卫星绕行星运动的周期和卫星与行星之间的距离，也可以算出行星的质量。目前，观测人造地球卫星

的运动，是测量地球质量的重要方法之一。同样的道理，要得到木星的质量（图 7.3-1），可以选择对木星的卫星进行测量，只要测得一颗卫星的轨道半径和周期，就可计算木星的质量。

月球虽然没有天然的卫星，但人类发射的航天器会环绕月球运行，只要测得航天器绕月运行的轨道半径和周期，就可计算月球的质量。

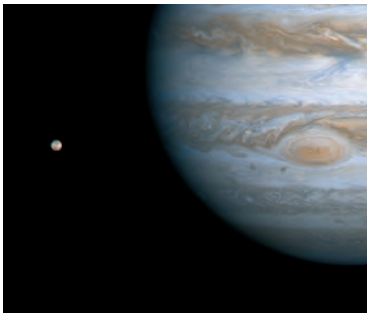


图 7.3-1 木星和它的卫星

发现未知天体

到了 18 世纪，人们已经知道太阳系有 7 颗行星，其中 1781 年发现的第七颗行星——天王星的运动轨道有些“古怪”：根据万有引力定律计算出来的轨道与实际观测的结果总有一些偏差。

是天文观测数据不准确？
是万有引力定律的准确性有问题？
是天王星轨道外面还有一颗未发现的行星？
.....

英国剑桥大学的学生亚当斯和法国年轻的天文学家勒维耶相信未知行星的存在。他们根据天王星的观测资料，各自独立地利用万有引力定律计算出这颗“新”行星的轨道。1846 年 9 月 23 日晚，德国的伽勒在勒维耶预言的位置附近发现了这颗行星，人们称其为“笔尖下发现的行星”。后来，这颗行星被命名为海王星（图 7.3-2）。海王星的发现过程充分显示了理论对于实践的巨大指导作用，所用的“计算、预测和观察”的方法指导人们寻找新的天体。



图 7.3-2 笔尖下发现的行星——海王星

海王星的轨道之外残存着太阳系形成初期遗留的物质，近 100 年来，人们在这里发现了冥王星、阋神星等几个较大的天体。但是因为距离遥远，太阳的光芒到达那里已经十分微弱了，在地球附近很难看出究竟。尽管如此，黑暗寒冷的太阳系边缘依然牵动着人们的心，探索工作从来没有停止过。

预言哈雷彗星回归

在牛顿之前，彗星被看作是一种神秘的现象。英国天文学家哈雷从 1337 年到 1698 年的彗星记录中挑选了 24 颗



图 7.3-3 哈雷彗星

彗星，依据万有引力定律，用一年时间计算了它们的轨道。发现 1531 年、1607 年和 1682 年出现的这三颗彗星轨道看起来如出一辙，他大胆预言，这三次出现的彗星是同一颗星（图 7.3-3），周期约为 76 年，并预言它将于 1758 年底或 1759 年初再次回归。1759 年 3 月这颗彗星如期通过了近日点，它最近一次回归是 1986 年，它的下次回归将在 2061 年左右。

海王星的发现和哈雷彗星的“按时回归”确立了万有引力定律的地位，也成为科学史上的美谈。诺贝尔奖获得者物理学家劳厄说：“没有任何东西像牛顿引力理论对行星轨道的计算那样，如此有力地树立起人们对年轻的物理学的尊敬。从此以后，这门自然科学成了巨大的精神王国……”

牛顿还用月球和太阳的万有引力解释了潮汐现象，用万有引力定律和其他力学定律，推测地球呈赤道处略为隆起的扁平形状。万有引力定律可以用于分析地球表面重力加速度微小差异的原因，以及指导重力探矿。除了上述成就外，万有引力定律的另一重要应用将在下节讲述。

练习与应用

1. 已知月球的质量是 $7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$ ，半径是 $1.7 \times 10^3 \text{ km}$ ，月球表面的自由落体加速度有多大？这对宇航员在月球表面的行走会产生什么影响？若宇航员在地面上最多能举起质量为 m 的物体，他在月球表面最多能举起质量是多少的物体？

2. 根据万有引力定律和牛顿第二定律说明：为什么不同物体在地球表面的自由落体加速度都是相等的？为什么高山上的自由落体加速度比山下地面的小？

3. 某人造地球卫星沿圆轨道运行，轨道半径是 $6.8 \times 10^3 \text{ km}$ ，周期是 $5.6 \times 10^3 \text{ s}$ 。试从这些数据估算地球的质量。

4. 地球的公转轨道接近圆，但彗星的运动轨道则是一个非常扁的椭圆（图 7.3-4）。天文

学家哈雷成功预言哈雷彗星的回归，哈雷彗星最近出现的时间是 1986 年，预测下次飞近地球将在 2061 年。

（1）请你根据开普勒行星运动定律估算哈雷彗星轨道的半长轴是地球公转半径的多少倍？

（2）若哈雷彗星在近日点与太阳中心的距离为 r_1 ，线速度大小为 v_1 ；在远日点与太阳中心的距离为 r_2 ，线速度大小为 v_2 ，请比较哪个速度大，并求得哈雷彗星在近日点和远日点的加速度大小之比。

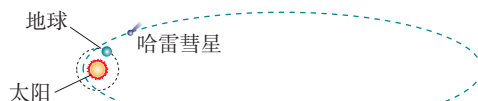


图 7.3-4

4 宇宙航行

问题 ?

如图所示，在 1687 年出版的《自然哲学的数学原理》中，牛顿设想：把物体从高山上水平抛出，速度一次比一次大，落地点也就一次比一次远；抛出速度足够大时，物体就不会落回地面，成为人造地球卫星。你知道这个速度究竟有多大吗？



我们可以从运动和受力分析入手，用万有引力定律和牛顿第二定律进行求解。

宇宙速度

物体在地球附近绕地球运动时，太阳的作用可以忽略。

在简化之后，物体只受到指向地心的引力作用，物体绕地球的运动可视为匀速圆周运动。设地球的质量为 $m_{\text{地}}$ ，物体的质量为 m ，速度为 v ，它到地心的距离为 r 。万有引力提供物体运动所需的向心力，所以

$$G \frac{mm_{\text{地}}}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

由此解出

$$v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{地}}}{r}}$$

只要知道地球的质量 $m_{\text{地}}$ 和物体做圆周运动的轨道半径 r ，就可以求出物体绕行速度的大小。

已知地球质量为 $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ，近地卫星在 $100 \sim 200 \text{ km}$ 的高度飞行，远小于地球半径（ $6\,400 \text{ km}$ ），可以近似用地球半径 R 代替卫星到地心的距离 r 。把数据代入上式后算出

$$v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{地}}}{R}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6.40 \times 10^6}} \text{ m/s} = 7.9 \text{ km/s}$$

这就是物体在地球附近绕地球做匀速圆周运动的速度，叫作**第一宇宙速度** (first cosmic velocity)。

思考与讨论

有人说，第一宇宙速度也可用 $v = \sqrt{gR}$ (式中 g 为重力加速度, R 为地球半径) 算出，你认为正确吗？

物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动时，可近似认为向心力是由重力提供的，有

$$mg = m \frac{v^2}{R}$$

由此解出

$$v = \sqrt{gR}$$

地球引力像一根无形的“绳子”，牵引着月球和人造地球卫星环绕地球转动。在地面附近发射飞行器，如果速度等于 7.9 km/s，这一飞行器只能围绕地球做圆周运动（图 7.4-1），还不能脱离地球引力的束缚，飞离地球实现星际航行。

理论研究指出，在地面附近发射飞行器，如果速度大于 7.9 km/s，又小于 11.2 km/s，它绕地球运行的轨迹就不是圆，而是椭圆。当飞行器的速度等于或大于 11.2 km/s 时，它就会克服地球的引力，永远离开地球。我们把 11.2 km/s 叫作**第二宇宙速度** (second cosmic velocity)。

达到第二宇宙速度的飞行器还无法脱离太阳对它的引力。在地面附近发射飞行器，如果要使其挣脱太阳引力的束缚，飞到太阳系外，必须使它的速度等于或大于 16.7 km/s，这个速度叫作**第三宇宙速度** (third cosmic velocity)。

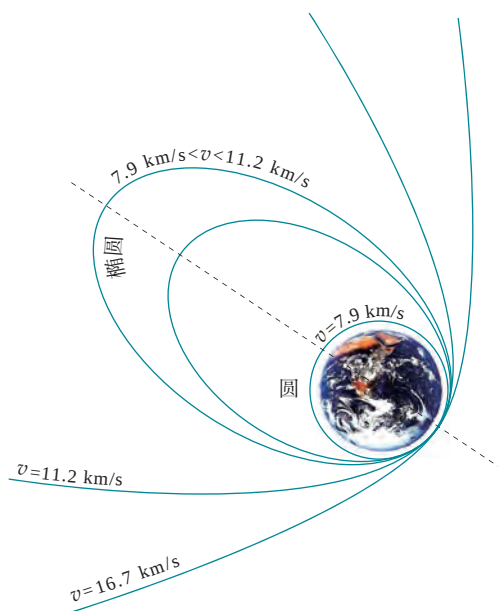


图 7.4-1 三个宇宙速度

人造地球卫星

牛顿虽然早就预言了人造地球卫星，但因发射需达到很大的速度，这对于人类是一个巨大的挑战。直到多级火箭的研制成功，才为人造地球卫星的发射创造了条件。

1957 年 10 月 4 日，世界上第一颗人造地球卫星发射成功。1970 年 4 月 24 日，我国第一颗人造地球卫星“东方红 1 号”发射成功，开创了我国航天史的新纪元。为我国航天事业作出特殊贡献的科学家钱学森被誉为“中国航天之父”。自首颗人造地球卫星发射后，人类已经发射了数千颗人造地球卫星，目前在轨有效运行的卫星有上千颗，其中的通信、导航、气象等卫星已极大地改变了人类的生活。

地球同步卫星位于赤道上方高度约 36 000 km 处，因相对地面静止，也称静止卫星。地球同步卫星与地球以相同的角速度转动，周期与地球自转周期相同。



钱学森（1911—2009）

载人航天与太空探索

人类一直有“飞天”的梦想，万有引力定律的发现，不仅破解了天上行星的运行规律，也为人类开辟了上天的理论之路。随着技术的进步，人类迈向太空的脚步越来越大，越来越坚实。

1961 年 4 月 12 日，苏联航天员加加林进入了东方一号载人飞船。火箭点火起飞，飞船绕地球飞行一圈，历时 108 min，然后重返大气层，安全降落在地面，铸就了人类首次进入太空的丰碑。



图 7.4-2 人类在月球上留下了自己的足迹

1969 年 7 月 16 日 9 时 32 分，运载阿波罗 11 号飞船的土星 5 号火箭在美国卡纳维拉尔角点火升空，拉开人类登月这一伟大历史事件的帷幕。7 月 20 日下午 10 时 56 分，指挥长阿姆斯特朗小心翼翼地踏上月面（图 7.4-2），并说出了那句载入史册的名言：“对个人来说，这不过是小小的一步，但对人类而言，却是巨大的飞跃。”

2003 年 10 月 15 日 9 时，我国神舟五号宇宙飞船把中国第一位航天员杨利伟送入太空（图 7.4-3）。飞船绕地球飞行 14 圈后安全降落。这标志着中国成为世界上能够独立开展载人航天活动的国家。在载人航天方面，继神舟五号之后，截至 2017 年底，我国已经将 11 名（14 人次）航天员送入太空，包括两名女航天员。



图 7.4-3 中国第一位航天员杨利伟

除了载人航天工程，我国还在许多方面进行着太空探索（图 7.4-4）。2013 年 6 月，神舟十号分别完成与天宫一号空间站的手动和自动交会对接；2016 年 10 月 19 日，神舟十一号完成与天宫二号空间站的自动交会对接。2017 年

4月20日，我国又发射了货运飞船天舟一号，入轨后与天宫二号空间站进行自动交会对接、自主快速交会对接等3次交会对接及多项实验。

地球是人类的摇篮，但是人类不会永远生活在摇篮里。尽管人类已经跨入太空，登上月球，但是，相对于宇宙之宏大，地球和月球不过是茫茫宇宙中的两粒尘埃；相对于宇宙之久长，人类历史不过是宇宙年轮上一道小小的刻痕……未来的探索之路还很长。



航天事业改变着人类的生活

20世纪人类最伟大的创举之一是开拓了太空这一全新活动领域。人类冲破了大气层的阻拦，摆脱了地球引力的束缚，实现了在太空翱翔的梦想。不仅如此，更具现实意义的是它给人们带来了先进技术和无尽资源，成为推动社会发展的强大动力。

卫星通信和卫星广播已经不是新鲜事，通过卫星实现越洋通话、实时收看世界各地发来的电视新闻，已经成了人们生活的一部分。

天气预报的质量正在悄悄地提高，准确率和预报时段都攀上了新的台阶。这里，气象卫星功不可没。“静止”在赤道上空的同步气象卫星把广阔视野内的气象数据发回地面，3颗同步卫星就可以形成一条南北纬 50° 之间的全球观测带。再配合几颗纵穿地球两极的极轨卫星，就能形成全球气象卫星观测系统，为天气预报提供全面、及时的气象资料（图7.4-5）。电视台天气预报节目中的卫星云图已使我们充分感受到气象卫星的威力。

卫星引起了船舶、飞机导航技术的重大变化。全球卫星定位导航系统使我们z可以z更顺利地抵达目的地（图7.4-6）。



图 7.4-4 交会对接效果图

地球资源卫星是探测地球资源最迅速、最有效、最经济的工具，它应用于勘测海洋和水利资源、调查地下矿藏、监视自然灾害、观测环境污染等方面。卫星对地观测技术将对我国西部开发的整体规划和监控发挥重要作用。

在世界各国发射的航天器中，军用和军民两用的卫星占了总数的三分之二以上。军用卫星已经成为指挥系统和武器系统的重要组成部分，侦察卫星、军用通信卫星、军用导航卫星以及空中预警飞机构成了现代防务的“神经中枢”。

航天器所到达的空间是一种崭新的环境资源。由于失重现象，航天器是一个微重力实验室，在这样的条件下，可以研制高纯度大单晶、超高纯度金属，进行各种科学研究。

太空环境的另一个特点是高强度的辐射。由于没有大气层的阻挡，航天器受到来自太空的各种高能粒子的轰击。它一方面对宇航员造成威胁，需要防范；另一方面，它可以诱导生物基因的变异。受辐射的植物种子就有可能变为具有优良性状的新品种。我国通过返回式卫星搭载稻种培育的高产稻“航育一号”，已经大面积推广；青椒新品种“卫星 87-2”，平均果重较原种提高 70%。人类已经开始享用太空育种的优良农产品。

航天，几十年前还是梦想，如今正在不知不觉地改变着我们的生活。

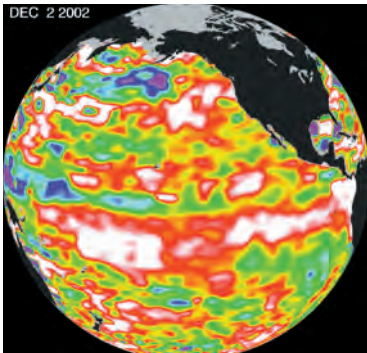
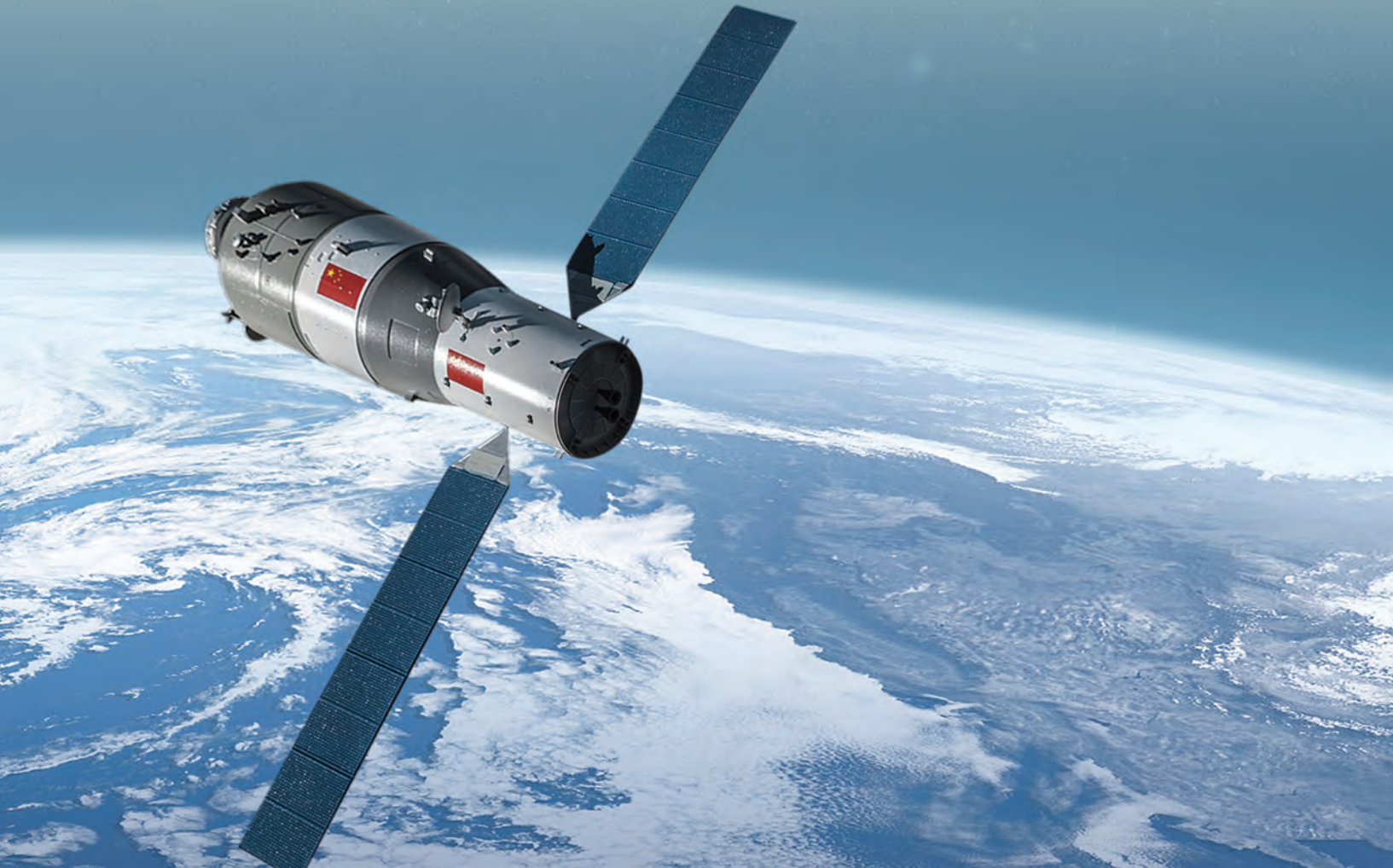


图 7.4-5 用卫星监测厄尔尼诺现象，不同的颜色代表海平面高度与正常水平的差值



图 7.4-6 北斗卫星导航系统主题邮票



黑洞

第一宇宙速度又叫作环绕速度，第二宇宙速度又叫作逃逸速度。理论分析表明，逃逸速度是环绕速度的 $\sqrt{2}$ 倍，即 $v' = \sqrt{\frac{2Gm}{R}}$ 。这个关系对于其他天体也是正确的。由此可知，天体的质量 m 越大，半径 R 越小，逃逸速度也就越大，也就是说，其表面的物体就越不容易脱离它的束缚。

有些恒星，在它一生的最后阶段，强大的引力把其中的物质紧紧地压在一起，密度极大，每立方厘米的质量可达数吨。它们的质量非常大，半径又非常小，其逃逸速度非常大。于是，我们自然要想，会不会有这样的天体，它的质量更大、半径更小，逃逸速度更大，以 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 的速度传播的光都不能逃逸？如果宇宙中真的存在这种天体，即使它确实在发光，光也不能进入太空，我们也根本看不到它。这种天体称为黑洞。

1799 年，法国科学家拉普拉斯在对牛顿引力理论做过透彻研究后指出，对于一个质量为 m 的球状物体，当其半径 R 不大于 $\frac{2Gm}{c^2}$ 时，即是一个黑洞。倘若太阳能收缩成黑洞，其半径应小于 3 km，而目前太阳的半径是这一数值的 25 万倍。

拉普拉斯并非指出黑洞的第一人。一位英国学者米切尔于 1784 年也提出过相似的见解。遗憾的是，他们的论述被尘封了一个多世纪，因为那时人们只知道引力对普通物质的作用，还不知道引力是否也能吸引光。此外，他们的推测都建立在牛顿引力理论的基础上，后来发现，当涉及强引力时，牛顿的引力公式并不可靠。1916 年，爱因斯坦创立的广义相对论一举解决了这两个问题。从此，有关黑洞的研究就新的基础上进行，黑洞的性质也就更为引人注目。

“为什么要研究黑洞呢？”对此，宇宙学家霍金借用一位探险家的话说：“为什么人们要攀登珠穆朗玛峰——因为它就在那里。”

 练习与应用

1. 有人根据公式 $v = \omega r$ 说：人造地球卫星的轨道半径增大 2 倍，卫星的速度也增大 2 倍。但由公式 $v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{地}}}{r}}$ 可知，轨道半径增大时，人造地球卫星的速度是减小的。应当怎样正确理解这个问题？

2. “2003 年 10 月 15 日 9 时，我国神舟五号宇宙飞船在酒泉卫星发射中心成功发射，把中国第一位航天员杨利伟送入太空。飞船绕地球飞行 14 圈后，于 10 月 16 日 6 时 23 分安全降落在内蒙古主着陆场。”根据以上消息，若

不计发射与降落时间，飞船看作绕地球做匀速圆周运动，试估算神舟五号绕地球飞行时距地面的高度。已知地球质量 $m_{\text{地}} = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ ，地球半径 $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$ 。

3. 已知地球半径为 R ，地球表面的重力加速度为 g ，地球自转的周期为 T ，求地球同步卫星的向心加速度大小。

4. 金星的半径是地球半径的 95%，质量为地球质量的 82%，金星表面的自由落体加速度是多大？金星的“第一宇宙速度”是多大？

5 相对论时空观与牛顿力学的局限性

问题 ?

设想人类可以利用飞船以 $0.2c$ 的速度进行星际航行。若飞船向正前方的某一星球发射一束激光，该星球上的观察者测量到的激光的速度是多少？



生活经验让我们体会到，时间像一条看不见的“长河”，均匀地自行流逝着，空间像一个广阔无边的房间，它们都不影响物体及其运动。也就是说，时间与空间都是独立于物体及其运动而存在的。这种绝对时空观，也叫牛顿力学时空观。

我们知道，若河中的水以相对于岸的速度 $v_{\text{水岸}}$ 流动，河中的船以相对于水的速度 $v_{\text{船水}}$ 顺流而下，则船相对于岸的速度为

$$v_{\text{船岸}} = v_{\text{船水}} + v_{\text{水岸}}$$

因此，前面问题的答案似乎应为 $1.2c$ 。然而，事实并非如此！

相对论时空观

19世纪，英国物理学家麦克斯韦根据电磁场理论预言了电磁波的存在，并证明电磁波的传播速度等于光速 c 。人们自然要问：这个速度是相对哪个参考系而言的？一些物理学家对这个问题进行了研究。在实验研究中，1887年的迈克耳孙—莫雷实验以及其他一些实验表明：在不同的参考系中，光的传播速度都是一样的！这与牛顿力学中不同参考系之间的速度变换关系不符。

在牛顿力学理论与电磁波理论的矛盾与冲突面前，一些物理学家仍坚持原有理论的基础观念，进行一些修补的工作，而爱因斯坦、庞加莱等人则主张彻底放弃某些与实

► 爱因斯坦的假说以及在此假说基础上得出的结论，经受住了实验的检验，对现代物理学和人类的思想发展都有很大的影响。

验和观测不符的观念，如绝对时间的概念，提出能够更好地解释实验事实的假设。

爱因斯坦假设：在不同的惯性参考系中，物理规律的形式都是相同的；真空中的光速在不同的惯性参考系中大小都是相同的。

在经典物理学家的头脑中，如果两个事件在一个参考系中是同时的，在另一个参考系中一定也是同时的。但是，如果接受了爱因斯坦的两个假设，还是这样吗？

假设一列火车沿平直轨道飞快地匀速行驶。车厢中央的光源发出了一个闪光，闪光照到了车厢的前壁和后壁。车上的观察者以车厢为参考系，因为车厢是个惯性系，光向前、后传播的速率相同，光源又在车厢的中央，闪光当然会同时到达前后两壁（图 7.5-1 甲）。

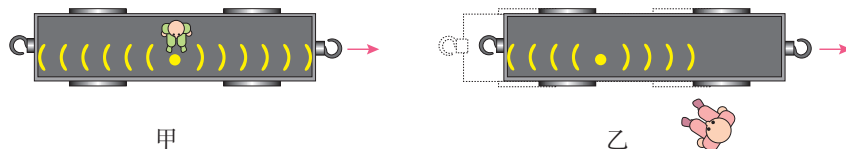


图 7.5-1 闪光是否同时到达前后两壁

对于车下的观察者来说，他以地面为参考系，因闪光向前、后传播的速率对地面也是相同的，在闪光飞向两壁的过程中，车厢向前行进了一段距离，所以向前的光传播的路程长些。他观测到的结果应该是：闪光先到达后壁，后到达前壁（图 7.5-1 乙）。因此，这两个事件不是同时发生的。

在爱因斯坦两个假设的基础上，经过严格的数学推导，可以得到下述结果。

如果相对于地面以 v 运动的惯性参考系上的人观察到与其一起运动的物体完成某个动作的时间间隔为 $\Delta\tau$ ，地面上的人观察到该物体在同一地点完成这个动作的时间间隔为 Δt ，那么两者之间的关系是

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \quad (1)$$

由于 $1 - (\frac{v}{c})^2 < 1$ ，所以总有 $\Delta t > \Delta\tau$ ，此种情况称为**时间延缓效应**。

如果与杆相对静止的人测得杆长是 l_0 ，沿着杆的方向，以 v 相对杆运动的人测得杆长是 l ，那么两者之间的关系是

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (2)$$

由于 $1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 < 1$ ，所以总有 $l < l_0$ ，此种情况称为**长度收缩效应**。

(1) 式和 (2) 式表明：运动物体的长度（空间距离）和物理过程的快慢（时间进程）都跟物体的运动状态有关。这个结论具有革命性的意义，它所反映的时空观称作相对论时空观。

要验证 (1)(2) 两式是否正确，首先要找到高速运动的物体。科学家发现 μ 子以 $0.99c$ 甚至更高的速度飞行。根据经典理论可计算每秒到达地球的 μ 子数，这个数值小于实际观察到的 μ 子数。观察到的现象与经典理论产生了矛盾。



思考与讨论

已知 μ 子低速运动时的平均寿命是 $3.0 \mu\text{s}$ 。当 μ 子以 $0.99c$ 的速度飞行，若选择 μ 子为参考系，此时 μ 子的平均寿命是多少？对于地面上的观测者来说，平均寿命又是多少？

相对于光速而言，低速运动即可近似认为速度为 0，即若选择与 μ 子一起运动的某一物体为参考系，此时 μ 子的平均寿命是 $3.0 \mu\text{s}$ 。对于地面上的观测者来说，由 (1) 式计算可知 μ 子平均寿命约为 $21 \mu\text{s}$ 。由于平均寿命增大，飞行的距离也变大，因而在地面附近实际观测到的 μ 子的数量就大于经典理论作出的预言。

相对论时空观的第一次宏观验证是在 1971 年进行的。当时在地面上将四只铯原子钟调整同步，然后把它们分别放在两架喷气式飞机上做环球飞行，一架向东飞，另一架向西飞。两架飞机各绕地球飞行一周后回到地面，与留在地面上的铯原子钟进行比较。实验结果与相对论的理论预言符合得很好。^①

► 高速运动的 μ 子寿命变长这一现象，用经典理论无法解释，用相对论时空观可得到很好的解释。这一研究结果成了相对论时空观的最早证据。

^① 在这个实验中，原子钟计时的差异实际是狭义相对论和广义相对论两种效应的结果。

牛顿力学的成就与局限性

► 如果一定要举出某个人、某一天作为近代科学诞生的标志,我选牛顿《自然哲学的数学原理》在1687年出版的那一天。

——杨振宁

► 像一切科学一样,牛顿力学没有也不会穷尽一切真理,它也有自己的局限性。它像一切科学理论一样,是一部“未完成的交响曲”。

牛顿力学的基础是牛顿运动定律,万有引力定律的建立与应用更是确立了人们对牛顿力学的尊敬。

从地面上物体的运动到天体的运动,从拦河筑坝、修建桥梁到设计各种机械,从自行车到汽车、火车、飞机等现代交通工具的运动,从投出篮球到发射导弹、人造地球卫星、宇宙飞船……所有这些都服从牛顿力学的规律。牛顿力学在如此广阔的领域里与实际相符合,显示了牛顿运动定律的正确性和牛顿力学的魅力。

但是,通过前面的学习,我们已经知道物体在以接近光速运动时所遵从的规律,有些是与牛顿力学的结论并不相同的。

除了高速运动,牛顿力学在其他方面是否也有局限性? 19世纪末和20世纪初,物理学研究深入到微观世界,发现了电子、质子、中子等微观粒子,而且发现它们不仅具有粒子性,同时还具有波动性,它们的运动规律在很多情况下不能用牛顿力学来说明。20世纪20年代,量子力学建立了,它能够很好地描述微观粒子运动的规律,并在现代科学技术中发挥了重要作用。

然而,基于实验检验的牛顿力学不会被新的科学成就所否定,而是作为某些条件下的特殊情形,被包括在新的科学成就之中。当物体的运动速度远小于光速 c 时($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$),相对论物理学与经典物理学的结论没有区别;当另一个重要常数即普朗克常量 h 可以忽略不计时($h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$),量子力学和牛顿力学的结论没有区别。相对论与量子力学都没有否定过去的科学,而只认为过去的科学是自己在一定条件下的特殊情形。



科学漫步

1. 宇宙的起源与演化

按照万有引力定律,宇宙中的星系之间存在引力,随着时间的推移,它们有可能会互相靠拢。然而,1929年美国天文学家哈勃发现,银河系以外的大多数星系都在远离我们而去,距离越远,离开速度越大。这表明,我们所处的宇宙正在膨胀。我们可以用一个形象的方式来加以说明。各个

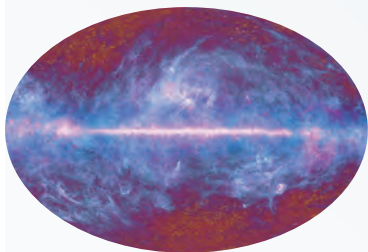


图 7.5-2 普朗克探测器记录下的微波天空

星系就像是同一个气球表面的不同图案，当气球越吹越大时，气球表面上各图案之间的距离就会越来越远。

宇宙在不断膨胀，这意味着它在以前一定比现在小。1948年，伽莫夫提出了宇宙大爆炸理论。大爆炸理论成功地解释了很多观测事实。例如，它预言早期的宇宙发出温度极高的辐射，随着宇宙的膨胀，温度降低，辐射波长变长，至今应该在微波波段。1964～1965年，美国科学家彭齐亚斯和威尔逊检测到了这种微波背景辐射并因此获得1978年诺贝尔物理学奖。图7.5-2是普朗克探测器记录下的微波天空，黄色斑点表示宇宙微波背景辐射，也就是大爆炸的残余辐射。

多方面的分析表明，我们的宇宙是在约138亿年以前从一个尺度极小的状态发展演化来的。在这个过程中，宇宙的温度从高到低，先是生成一些基本粒子形态的物质，接着产生了原子、分子等各种物质，物质再进一步聚集起来形成星系，成为我们今天看到的宇宙。

宇宙留给人们的思考和疑问深邃而广阔。宇宙有没有边界？有没有起始和终结？地外文明在哪里？……爱因斯坦曾经说过：“一个人最完美和最强烈的情感来自面对不解之谜。”你想加入探究宇宙之谜的行列吗？

2. 恒星的演化

天文学家根据对各种恒星的观测和理论研究，弄清楚了恒星演化的整个过程，并认识到恒星的寿命主要取决于它的质量。

根据大爆炸宇宙学，大爆炸10万年后，温度下降到了3000 K左右，出现了由中性原子构成的宇宙尘埃。由于万有引力的作用，形成了更密集的尘埃。尘埃像滚雪球一样越滚越大，形成了气体状态的星云团。星云团的凝聚使得温度升高，到一定程度星云团就开始发光。于是，恒星诞生了。这颗星继续收缩升温，当温度超过 10^7 K时，氢通过热核反应成为氦，释放的核能主要以电磁波的形式向外辐射。辐射产生的扩张压力与引力产生的收缩压力平衡，这时星体稳定下来。

恒星最后的归宿是什么？这与恒星的质量大小有关。如果恒星的质量介于1～8倍太阳质量，它会演变为白矮星，即体积很小，但质量不太小的恒星。如果恒星的质量是太阳质量的10～20倍，更强大的压力使得原子中的电子和质子被压在一起，整个恒星成为中子组成的天体，叫作中子星。当恒星的质量更大时，其内部的任何物质都无法抵抗巨大引力产生的压力，物质被“压”成了更为神奇的天体——黑洞。

几十年来，科学家们一直在寻找黑洞。2016年2月11日，科学家宣布激光干涉引力波天文台（LIGO）（图7.5-3）探测到了由黑洞合并产生的一个时间极短的引力波信号，这次探测和后来的探测结果证明了黑洞的存在。

1. 一列火车以速度 v 相对地面运动 (图 7.5-4)。如果地面上的人测得, 某光源发出的闪光同时到达车厢的前壁后壁, 那么按照火车上人的测量, 闪光先到达前壁还是后壁? 火车上的人怎样解释自己的测量结果?

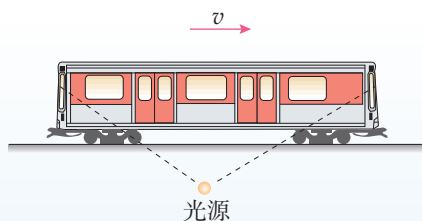


图 7.5-4

2. 以约 8 km/s 的速度运行的人造地球卫星上一只完好的手表走过了 1 min , 地面上的人认为它走过这 1 min “实际”上花了多少时间?

3. 一枚静止时长 30 m 的火箭以 3 km/s 的速度从观察者的身边掠过, 观察者测得火箭的长度应为多少? 火箭上的人测得火箭的长度应为多少? 如果火箭的速度为光速的一半呢?

图 7.5-3 激光干涉引力波天文台



A 组

1. 一位同学根据向心力公式 $F = m \frac{v^2}{r}$ 说, 如果人造地球卫星的质量不变, 当轨道半径增大到 2 倍时, 人造地球卫星需要的向心力减小为原来的 $\frac{1}{2}$; 另一位同学根据卫星的向心力是地球对它的引力, 由公式 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 推断, 当轨道半径增大到 2 倍时, 人造地球卫星需要的向心力减小为原来的 $\frac{1}{4}$ 。哪位同学的看法对? 说错了的同学错在哪里? 请说明理由。

2. 发射人造地球卫星时将卫星以一定的速度送入预定轨道。发射场一般选择在尽可能靠近赤道的地方。这样选址有什么优点?

3. 你所受太阳的引力是多大? 和你所受地球的引力比较一下, 可得出怎样的结论? 已知太阳的质量是 $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$, 地球到太阳的距离为 $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$, 设你的质量是 60 kg 。

4. 地球质量大约是月球质量的 81 倍, 一个

飞行器在地球与月球之间。当地球对它的引力和月球对它的引力大小相等时, 该飞行器距地心的距离与距月心的距离之比为多少?

5. 海王星的质量是地球的 17 倍, 它的半径是地球的 4 倍。绕海王星表面做圆周运动的宇宙飞船, 其运行速度有多大?

6. 在月球上的宇航员, 如果他已知引力常量和月球半径, 且手头有一个已知质量为 m 的砝码。

(1) 他怎样才能测出月球的质量, 写出月球质量的表达式。

(2) 他需要选用哪些实验器材。

7. 某中子星的质量大约与太阳的质量相等, 为 $2 \times 10^{30} \text{ kg}$, 但是它的半径只有 10 km 。

(1) 求此中子星表面的自由落体加速度。

(2) 贴近中子星表面, 求沿圆轨道运动的小卫星的速度。

B 组

1. 如果你站在月球上, 能否用一把刻度尺和一块秒表估测月球的质量? 如果能, 请设计实验, 并说出需要测量的数据和月球质量的计算式。已知月球的半径为 R 。

2. 行星的平均密度是 ρ , 靠近行星表面运行的卫星运转周期是 T , 证明: ρT^2 是一个常量, 即对任何行星都相同。

3. 有一质量为 m 、半径为 R 、密度均匀的球体, 在距离球心 O 为 $2R$ 的地方有一质量为 m' 的质点。现从 m 中挖去半径为 $\frac{1}{2}R$ 的球体, 如图 7-1 所示, 则剩余部分对 m' 的万有引力 F 为多少?

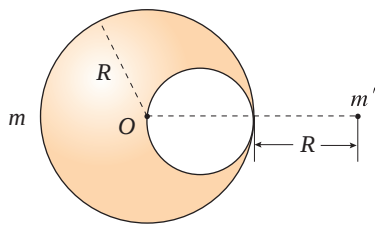


图 7-1

4. 利用三颗位置适当的地球同步卫星, 可使地球赤道上任意两点之间保持无线电通信, 目前地球同步卫星的轨道半径为地球半径的 6.6 倍。假设地球的自转周期变小, 若仍仅用三颗同步卫星来实现上述目的, 则地球自转周期的最小值约为多少小时?

5. 海边会发生潮汐现象，潮来时，水面升高；潮退时，水面降低。有人认为这是由于太阳对海水的引力变化以及月球对海水的引力变化所造成的。中午，太阳对海水的引力方向指向海平面上方；半夜，太阳对海水的引力方向指向海平面下方；拂晓和黄昏，太阳对海水的引力方向跟海平面平行。月球对海水的引力方向的变化也有类似情况。太阳、月球对某一区域海水引力的周期性变化，就引起了潮汐现象。

已知太阳质量为 $2.0\times 10^{30}\text{ kg}$ ，太阳与地球的距离为 $1.5\times 10^8\text{ km}$ ，月球质量为 $7.3\times 10^{22}\text{ kg}$ ，月球与地球的距离为 $3.8\times 10^5\text{ km}$ ，地球质量为 $6.0\times 10^{24}\text{ kg}$ ，地球半径取 $6.4\times 10^3\text{ km}$ 。请你估

算一下：对同一片海水来说，太阳对海水的引力、月球对海水的引力，分别是海水重力的几分之一？

6. 太阳系各行星几乎在同一平面内沿同一方向绕太阳做圆周运动。当地球恰好运行到某地外行星和太阳之间，且三者几乎排成一条直线的现象，天文学称为“行星冲日”。已知地球及各地外行星绕太阳运动的轨道半径如下表所示。

根据题中信息，试计算木星相邻两次冲日的时间间隔，哪颗地外行星相邻两次冲日的时间间隔最短？

	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
轨道半径 R/AU	1.0	1.5	5.2	9.5	19	30

8

第八章

机械能守恒定律

任何人类活动都离不开能量。例如，现代化的生活离不开电厂供应的电能，许多现代交通离不开燃料燃烧释放的化学能，核电站能够利用原子核裂变时释放的核能，人类生活需要摄入食物中的化学能，植物的生长依赖太阳能……

在长期的科学实践中，人们发现不同形式的能量可以互相转化，并且能量的转化与功的概念紧密相连。这是因为，如果在一个过程中存在做功的现象，就必然存在能量变化的现象，功的计算能够为能量的定量表达及能量的变化提供分析的基础。



物理学的任务是发现普遍的自然规律。因为这样的规律的最简单的形式之一表现为某种物理量的不变性，所以对于守恒量的寻求不仅是合理的，而且也是极为重要的研究方向。

——劳厄^①

1 功与功率

问题 ?

起重机竖直提升重物时，重物运动的方向与力的方向一致，则力对物体做的功为力的大小与重物移动距离的乘积。更普遍的情形是物体运动的方向与力的方向不一致，例如马拉雪橇时拉力方向和雪橇运动方向间有一个角度。这时应当怎样计算功呢？



功

当力 F 的方向与运动方向成某一角度时（图 8.1-1），可以把力 F 分解为两个分力：与位移方向一致的分力 F_1 ，与位移方向垂直的分力 F_2 。设物体在力 F 的作用下发生的位移的大小是 l ，则分力 F_1 所做的功等于 $F_1 l$ 。分力 F_2 的方向与位移的方向垂直，物体在 F_2 的方向上没有发生位移， F_2 所做的功等于 0。因此，力 F 对物体所做的功 W 等于 $F_1 l$ ，而 $F_1 = F \cos \alpha$ ，所以



图 8.1-1 物体在力 F 的作用下发生位移 l

^① 劳厄 (Max Von Laue, 1879—1960)，德国物理学家，诺贝尔物理学奖获得者。

$$W = Fl \cos \alpha$$

这就是说，**力对物体所做的功，等于力的大小、位移的大小、力与位移夹角的余弦这三者的乘积。**

功是标量。在国际单位制中，功的单位是**焦耳(joule)**，简称**焦**，符号是**J**。1 J 等于 1 N 的力使物体在力的方向上发生 1 m 位移的过程中所做的功，所以

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

正功和负功

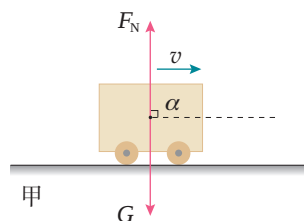
下面我们讨论力与位移成不同的角度时，力做功的几种情况。

(1) 当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时， $\cos \alpha = 0$ ， $W = 0$ 。这表示力 F 的方向与位移 l 的方向垂直时，力 F 不做功。例如，物体在水平桌面上运动，重力 G 和支持力 F_N 都与位移方向垂直，这两个力都不做功（图 8.1-2 甲）。

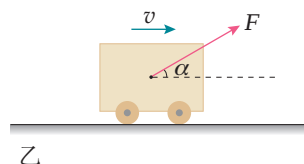
(2) 当 $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时， $\cos \alpha > 0$ ， $W > 0$ 。这表示力 F 对物体做正功。例如，人用力拉车前进时，人的拉力 F 对车做正功（图 8.1-2 乙）。

(3) $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$ 时， $\cos \alpha < 0$ ， $W < 0$ 。这表示力 F 对物体做负功。例如，要使运动的小车减速，人向后拉车的力 F 对车做负功（图 8.1-2 丙）。

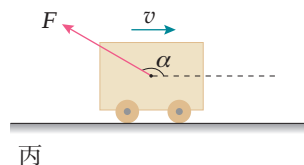
上面我们分析的是物体受一个力时做功的几种情况。实际中，物体通常会受多个力的作用。**当一个物体在几个力的共同作用下发生一段位移时，这几个力对物体所做的总功，是各个力分别对物体所做功的代数和。**可以证明，它也就是这几个力的合力对物体所做的功。



力不做功 ($\alpha = \frac{\pi}{2}$)



人的拉力做正功 ($0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$)



人的拉力做负功 ($\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$)

图 8.1-2 力做功的几种情况

【例题 1】

一个质量为 150 kg 的雪橇，受到与水平方向成 37° 角斜向上方的拉力，大小为 500 N，在水平地面上移动的距离为 5 m。地面对雪橇的阻力为 100 N， $\cos 37^\circ = 0.8$ 。求各力对雪橇做的总功。

分析 雪橇的运动方向及有关受力情况如图 8.1-3 所示。拉力 F 可以分解为水平方

向和竖直方向的两个分力，竖直方向的分力 F_y 、支持力 F_N 和重力 G 与运动方向垂直，不做功。所以各力对雪橇做的总功为拉力的水平分力 F_x 和阻力 $F_{\text{阻}}$ 所做的功的代数和。

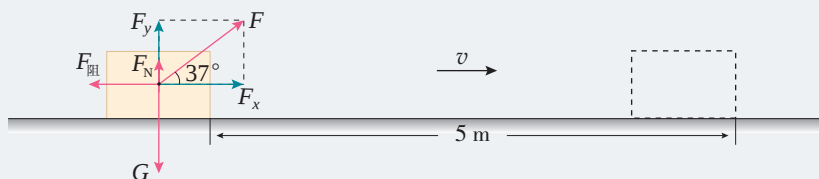


图 8.1-3

解 拉力在水平方向的分力为 $F_x = F \cos 37^\circ$ ，它所做的功为

$$W_1 = F_x l = Fl \cos 37^\circ = 500 \times 5 \times 0.8 \text{ J} = 2\,000 \text{ J}$$

阻力与运动方向相反，两者夹角为 180° ，它所做的功为

$$W_2 = F_{\text{阻}} l \cos 180^\circ = -100 \times 5 \text{ J} = -500 \text{ J}$$

力对物体所做的总功为二者的代数和，即

$$W = W_1 + W_2 = 2\,000 \text{ J} - 500 \text{ J} = 1\,500 \text{ J}$$

力对雪橇所做的总功是 $1\,500 \text{ J}$ 。

功率

在物理学中，做功的快慢用功率表示。如果从开始计时到时刻 t 这段时间内，力做的功为 W ，则功 W 与完成这些功所用时间 t 之比叫作**功率** (power)。用 P 表示功率，则有

$$P = \frac{W}{t}$$

在国际单位制中，功率的单位是**瓦特** (watt)，简称**瓦**，符号是 **W**。 $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ 。瓦这个单位比较小，技术上常用**千瓦** (kW) 作功率的单位， $1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ W}$ 。力、位移、时间都与功率相联系，这种联系在技术上具有重要意义。

如果物体沿位移方向受的力是 F ，从计时开始到时刻 t 这段时间内，发生的位移是 l ，则力在这段时间内所做的功

$$W = Fl$$

因此，有

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fl}{t}$$

由于位移 l 是从开始计时到时刻 t 这段时间内发生的，所以

$\frac{l}{t}$ 是物体在这段时间内的平均速度 v ，于是上式可以写成

$$P = Fv$$

可见，一个沿着物体位移方向的力对物体做功的功率，等于这个力与物体速度的乘积。

从以上推导过程来看， $P = Fv$ 中的速度 v 是物体在恒力 F 作用下的平均速度，所以这里的功率 P 是指从计时开始到时刻 t 的平均功率。如果时间间隔非常小，上述平均速度就可以看作瞬时速度，这个关系式也就可以反映瞬时速度与瞬时功率的关系。

思考与讨论

从 $P = Fv$ 可以看出，汽车、火车等交通工具和各种起重机械，当发动机的输出功率 P 一定时，牵引力 F 与速度 v 成反比。你认为应该怎样增大它们的牵引力呢？

发动机输出的功率不能无限制地增大，所以汽车上坡时司机要用“换挡”^① 的办法减小速度，来得到较大的牵引力（图 8.1-4）。不过，在发动机输出功率一定时，通过减小速度提高牵引力或通过减小牵引力而提高速度，效果都是有限的。所以，要提高速度和增大牵引力，必须提高发动机的额定功率，这就是高速火车、汽车和大型舰船需要大功率发动机的原因。



图 8.1-4 汽车上坡时必须使用低速档

【例题 2】

发动机的额定功率是汽车长时间行驶时所能输出的最大功率。某型号汽车发动机的额定功率为 60 kW，在水平路面上行驶时受到的阻力是 1 800 N，求发动机在额定功率下汽车匀速行驶的速度。假定汽车行驶速度为 54 km/h 时受到的阻力不变，此时发动机输出的实际功率是多少？

分析 实际功率不一定总等于额定功率，大多数情况下输出的实际功率都比额定功率小，但在需要时，短时间也可以输出更大的功率。题目中说“受到的阻力不变”，

^① 汽车发动机的动力通过变速箱中的齿轮传递到车轮上，转速比可以通过变速杆来改变，称为“换挡”。在平直公路上，汽车受到的阻力较小，这时就可以使用较高转速比的挡位，在发动机功率相同的情况下使汽车获得较高的速度。

表明本题对于较低速度行驶时发动机的输出功率只要求估算。

解 汽车在水平路面上匀速行驶时,受到的牵引力

$$F = F_{\text{阻}} = 1\,800\text{ N}$$

由于 $P = Fv$, 所以额定功率下的速度

$$v = \frac{P}{F} = \frac{60\,000}{1\,800}\text{ m/s} = 33.3\text{ m/s} = 120\text{ km/h}$$

当汽车以速度 $v = 54\text{ km/h} = 15\text{ m/s}$ 行驶时, 有

$$P = Fv = 1\,800 \times 15\text{ W} = 27\text{ kW}$$

汽车以额定功率匀速行驶时的速度为 120 km/h 。汽车以 54 km/h 的速度行驶时, 发动机输出的实际功率为 27 kW 。

► 汽车速度越大时, 空气的阻力也越大。

练习与应用

1. 图 8.1-5 表示物体在力 F 的作用下水平发生了一段位移 l , 分别计算这三种情形下力 F 对物体做的功。设这三种情形下力 F 和位移 l 的大小都是一样的: $F = 10\text{ N}$, $l = 2\text{ m}$ 。角 θ 的大小如图所示。

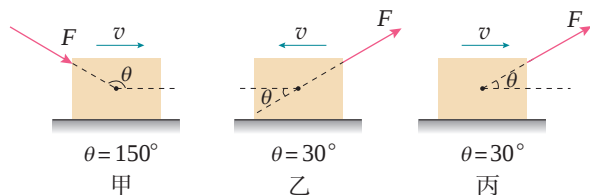


图 8.1-5

2. 用起重机把质量为 $2.0 \times 10^3\text{ kg}$ 的物体匀速地提高了 5 m , 钢绳的拉力做了多少功? 重力做了多少功? 这些力做的总功是多少?

3. 一位质量为 60 kg 的滑雪运动员从高为 10 m 的斜坡自由下滑。如果运动员在下滑过程中受到的阻力为 50 N , 斜坡的倾角为 30° , 运动员滑至坡底的过程中, 所受的几个力做的功各是多少? 这些力做的总功是多少?

4. 有一个力 F , 它在不断增大。某人以此为条件, 应用 $P = Fv$ 进行了如下推导:

根据 $P = Fv$, F 增大则 P 增大; 又根据 $v = \frac{P}{F}$, P 增大则 v 增大; 再根据 $v = \frac{P}{F}$, v 增大则 F 减小。

这个人推导的结果与已知条件相矛盾。他错在哪里?

5. 一台电动机工作时的输出功率是 10 kW , 要用它匀速提升 $2.7 \times 10^4\text{ kg}$ 的货物, 提升的速度将是多大?

6. 一台抽水机每秒能把 30 kg 的水抽到 10 m 高的水塔上, 这台抽水机输出的功率至少多大? 如果保持这一输出功率, 半小时内能做多少功?

7. 质量为 m 的汽车在平直公路上行驶, 阻力 F 保持不变。当它以速度 v 、加速度 a 加速前进时, 发动机的实际功率正好等于额定功率, 从此时开始, 发动机始终在额定功率下工作。

(1) 汽车的加速度和速度将如何变化? 说出理由。

(2) 如果公路足够长, 汽车最后的速度是多大?

2 重力势能

问题 ?

初中我们已经定性地学习了重力势能，物体的质量越大、所处的位置越高，重力势能就越大。

这一节我们来进一步定量地研究重力势能。你认为重力势能的表达式应该是怎样的呢？



重力做的功

当物体的高度发生变化时，重力做功，势能发生变化：物体下降时重力做正功，势能减小；物体被举高时重力做负功，势能增大。因此，重力势能与重力做功密切相关，认识重力势能不应脱离对重力做功的研究。

设一个质量为 m 的物体，从与地面高度为 h_1 的位置 A ，竖直向下运动到高度为 h_2 的位置 B （图 8.2-1 甲），这个过程中重力做的功是

$$W_G = mg\Delta h = mgh_1 - mgh_2$$

再看另一种情况。质量为 m 的物体仍然从上向下运动，高度由 h_1 降为 h_2 ，但这次不是沿竖直方向，而是沿着一个斜面向下运动到 B' ，再水平运动到 B （图 8.2-1 乙）。

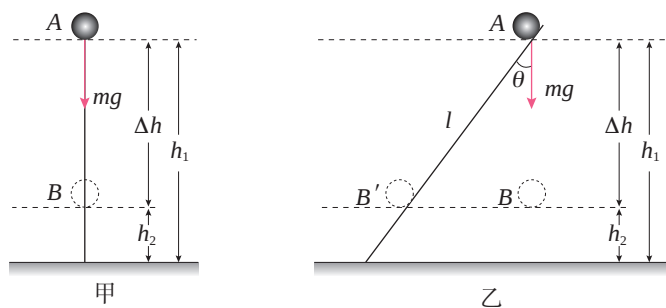


图 8.2-1 研究物体运动时重力做的功

► 斜面是否光滑对计算“重力做的功”有影响吗？

物体沿斜面运动的距离是 l ，在这一过程中重力做的功是

$$W_G = (mg \cos \theta) l = mg \Delta h = mgh_1 - mgh_2$$

从 B' 沿水平方向运动到 B 的过程中，重力不做功。

上面两种情况中，尽管物体运动的路径不同，但高度的变化是一样的，而且重力做的功也是一样的。

分析表明，**物体运动时，重力对它做的功只跟它的起点和终点的位置有关，而跟物体运动的路径无关**。也就是说，只要起点和终点的位置不变，不论物体沿什么路径运动，重力所做的功都相同。功等于物体所受的重力跟起点高度的乘积 mgh_1 与跟终点高度的乘积 mgh_2 两者之差。

看起来，物体所受的重力 mg 与它所处位置的高度 h 的乘积 mgh ，具有特殊的意义。

重力势能

mgh 的特殊意义在于它一方面与重力做的功密切相关，另一方面它随着高度的增加而增加、随着质量的增加而增加，恰与前述重力势能的特征一致。因此，我们把 mgh 叫作物体的**重力势能**（gravitational potential energy），常用 E_p 表示，即

$$E_p = mgh$$

与其他形式的能一样，重力势能也是标量，其单位与功的单位相同，在国际单位制中都是焦耳，符号为 J。

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

有了重力势能的表达式，重力做的功与重力势能的关系可以写为

$$W_G = E_{p1} - E_{p2}$$

其中 E_{p1} 表示物体在初位置的重力势能， E_{p2} 表示物体在末位置的重力势能。

当物体由高处运动到低处时，重力做正功，重力势能减少，即

$$W_G > 0, E_{p1} > E_{p2}$$

当物体由低处运动到高处时（图 8.2-2），重力做负功，重力势能增加，即

$$W_G < 0, E_{p1} < E_{p2}$$

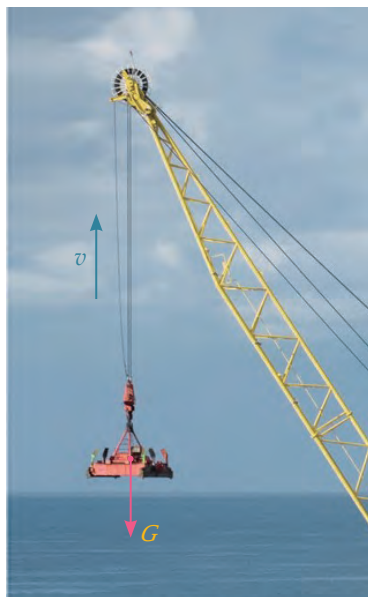


图 8.2-2 物体向上运动时重力势能增加

► 严格说来，重力势能是地球与物体所组成的“系统”所共有的，而不是地球上的物体单独具有的。

思考与讨论

若重力做的功与路径有关，即对应于同样的起点和终点，重力对同一物体所做的功，随物体运动路径的不同而不同(图 8.2-3)，我们还能把 mgh 叫作物体的重力势能吗？为什么？

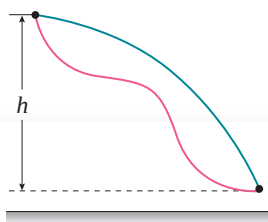


图 8.2-3

拓展学习

物体沿曲面滑下时重力做的功

假设一个物体沿曲面向下运动，高度由 h_1 降为 h_2 (图 8.2-4)，重力所做的功是否还一样呢？

我们把整个路径分成许多段很短的间隔，经过的路程分别为 AA_1 , A_1A_2 , A_2A_3 , $\dots$ ，由于每一段都很小，因而都可以近似地看作一段倾斜的直线。设每段小斜线的高度差分别是 Δh_1 , Δh_2 , Δh_3 , $\dots$ ，则物体通过每段小斜线时重力做的功分别为 $mg\Delta h_1$, $mg\Delta h_2$, $mg\Delta h_3$, $\dots$

物体通过整个路径时重力做的功，等于重力在每小段上做的功的代数和，即

$$\begin{aligned} W_G &= mg\Delta h_1 + mg\Delta h_2 + mg\Delta h_3 + \dots \\ &= mg(\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \dots) \\ &= mg\Delta h \\ &= mgh_1 - mgh_2 \end{aligned}$$

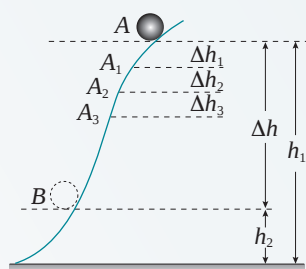


图 8.2-4 研究物体沿曲面运动时重力做的功

重力势能的相对性

物体的重力势能总是相对于某一水平面来说的，这个水平面叫作参考平面。在这个水平面上，物体的重力势能取为 0。选择哪个水平面为参考平面，可视研究问题的方便而定。通常选择地面为参考平面。

选择不同的参考平面，物体重力势能的数值是不同的，但这并不影响问题的研究。因为在与重力势能相关的问题中，有价值的是重力势能的差值，而选择不同的参考平面对这个差值没有影响。

对选定的参考平面而言，上方物体的高度是正值，重

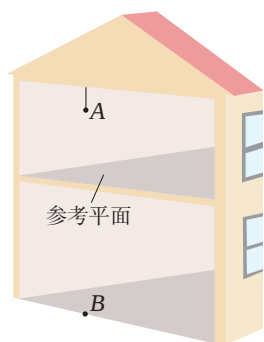


图 8.2-5 重力势能与参考平面的选取有关

力势能也是正值；下方物体的高度是负值，重力势能也是负值。负值的重力势能，表示物体在这个位置具有的重力势能要比在参考平面上具有的重力势能小。如图 8.2-5，以二楼的地面作为参考平面，二楼房间里 A 处的物体具有正的重力势能，一楼房间里 B 处的物体具有负的重力势能。

弹性势能

拉长或压缩的弹簧、卷紧的发条、拉开的弓、正在击球的网球拍、撑竿跳高运动员手中弯曲的竿（图 8.2-6），等等，这些物体都发生了弹性形变，每个物体的各部分之间都有弹力的相互作用。发生弹性形变的物体的各部分之间，由于有弹力的相互作用，也具有势能，这种势能叫作**弹性势能**（elastic potential energy）。

弹性势能跟形变的大小有关系。例如，在弹性限度内，弹簧的弹性势能跟弹簧被拉伸或压缩的长度有关。被拉伸或压缩的长度越长，恢复原状过程中对外做的功就越多，弹簧的弹性势能就越大。另外，弹簧的弹性势能还跟弹簧的劲度系数有关。不同的弹簧发生同样大小的形变，劲度系数越大，弹簧恢复原状过程中对外做的功就越多，因而弹簧的弹性势能就越大。

势能也叫位能，与相互作用的物体的相对位置有关。重力势能是由地球和地面上物体的相对位置决定的，弹性势能是由发生弹性形变的物体各部分的相对位置决定的。我们以后还会学到其他形式的势能。



图 8.2-6 撑竿跳

练习与应用

1. 图 8.2-7 中的几个斜面，它们的高度相同、倾角不同。让质量相同的物体沿斜面从顶端运动到底端。试根据功的定义计算沿不同斜面运动时重力做的功，它的大小与斜面的倾角是否有关？

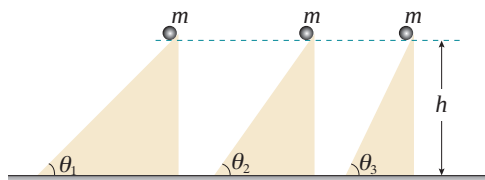


图 8.2-7

2. 如图 8.2-8，质量为 m 的足球在地面 1 的位置被踢出后落到地面 3 的位置，在空中达到的最高点 2 的高度为 h 。重力加速度为 g 。

（1）足球由位置 1 运动到位置 2 时，重力做了多少功？足球的重力势能增加了多少？

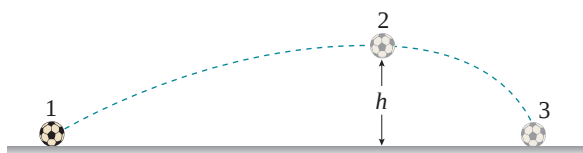


图 8.2-8

(2) 足球由位置 2 运动到位置 3 时，重力做了多少功？足球的重力势能减少了多少？

3. 以下说法是否正确？如果正确，说出一种可能的实际情况；如果不正确，说明这种说法为什么错误。

(1) 物体受拉力作用向上运动，拉力做的功是 1 J，但物体重力势能的增加量不是 1 J。

(2) 物体受拉力作用向上匀速运动，拉力做的功是 1 J，但物体重力势能的增加量不是 1 J。

(3) 物体运动，重力做的功是 -1 J，但物体重力势能的增加量不是 1 J。

(4) 没有摩擦时物体由 A 沿直线运动到 B，

重力做的功是 -1 J；有摩擦时物体由 A 沿曲线运动到 B，重力做的功大于 -1 J。

4. 如图 8.2-9，质量为 0.5 kg 的小球，从 A 点下落到地面上的 B 点， h_1 为 1.2 m，桌面高 h_2 为 0.8 m。

(1) 在表格的空白处按要求填入数据。

(2) 如果下落时有空气阻力，表中的数据是否会改变？

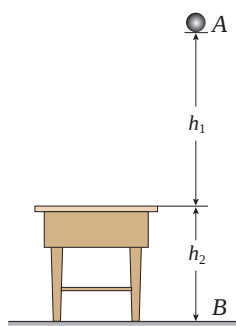


图 8.2-9

所选择的参考平面	小球在 A 点的重力势能	小球在 B 点的重力势能	整个下落过程中重力做的功	整个下落过程中小球重力势能的变化量
桌面				
地面				

3

动能和动能定理

问题



物体的动能跟物体的质量和速度都有关系。物体的质量越大，速度越大，它的动能就越大。炮弹在炮筒内推力的作用下速度越来越大，动能增加。这种情况下推力对物体做了功。

你还能举出其他例子，说明动能和力做的功有关吗？这对于定量研究动能有什么启发呢？



动能的表达式

大量实例说明，物体动能的变化和力对物体做的功密切相关。因此，研究物体的动能离不开对力做功的分析。这与上一节研究重力势能的思路是一致的。

质量为 m 的某物体在光滑水平面上运动，在与运动方向相同的恒力 F 的作用下发生一段位移 l ，速度由 v_1 增加到 v_2 （图 8.3-1）。



图 8.3-1 物体在恒力作用下运动

在这个过程中，恒力 F 做的功 $W = Fl$ ，根据牛顿第二定律，有

$$F = ma$$

再根据匀变速直线运动的速度与位移的关系式，有

$$l = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$

把 F 、 l 的表达式代入 $W = Fl$ 中，可得 F 做的功

$$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

从上式可以看出, “ $\frac{1}{2} m v^2$ ”很可能是一个具有特定意义的物理量, 因为这个量在过程终了与过程开始时的差, 正好等于力对物体做的功。在物理学中就用 “ $\frac{1}{2} m v^2$ ” 这个量表示物体的**动能 (kinetic energy)**, 用符号 E_k 表示。于是我们说, 质量为 m 的物体, 以速度 v 运动时的动能是

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

动能是标量, 它的单位与功的单位相同, 在国际单位制中都是焦耳, 这是因为

$$1 \text{ kg} (\text{m/s})^2 = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ J}$$



思考与讨论

2016年8月16日, 我国成功发射首颗量子科学实验卫星“墨子号”, 它的质量为 631 kg, 某时刻它的速度大小为 7.6 km/s, 此时它的动能是多少?

动能定理

在得到动能的表达式后, $\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$ 可以写成

$$W = E_{k2} - E_{k1}$$

其中 E_{k2} 表示一个过程的末动能, E_{k1} 表示这个过程的初动能。

这个关系表明, **力在一个过程中对物体做的功, 等于物体在这个过程中动能的变化**。这个结论叫作**动能定理 (theorem of kinetic energy)**。

如果物体受到几个力的共同作用, 动能定理中的力对物体做的功 W 即为合力做的功, 它等于各个力做功的代数和。

这里, 动能定理是在物体受恒力作用, 并且做直线运动的情况下得到的。当物体受变力作用, 或做曲线运动时, 我们可以采用把整个过程分成许多小段, 认为物体在每小段运动中受到的是恒力, 运动的轨迹是直线, 把这些小段中力做的功相加, 这样也能得到动能定理。

► 因为动能定理适用于变力做功和曲线运动的情况, 所以在解决一些实际的力学问题时, 它得到了广泛的应用。

【例题1】

一架喷气式飞机，质量 m 为 $7.0 \times 10^4 \text{ kg}$ ，起飞过程中从静止开始滑跑。当位移 l 达到 $2.5 \times 10^3 \text{ m}$ 时，速度达到起飞速度 80 m/s 。在此过程中，飞机受到的平均阻力是飞机所受重力的 $\frac{1}{50}$ 。 g 取 10 m/s^2 ，求飞机平均牵引力的大小。

分析 本题已知飞机滑跑过程的始、末速度，因而能够知道它在滑跑过程中增加的动能。根据动能定理，动能的增加等于牵引力做功和阻力做功的代数和。

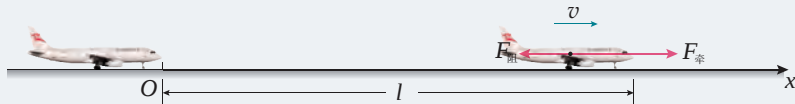


图 8.3-2

如图 8.3-2，在整个过程中，牵引力对飞机做正功、阻力做负功。由于飞机的位移和所受阻力已知，因而可以求得牵引力的大小。

解 以飞机为研究对象，设飞机滑跑的方向为 x 轴正方向。飞机的初动能 $E_{k1} = 0$ ，末动能 $E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2$ ，合力 F 做的功

$$W = Fl$$

根据动能定理 $W = E_{k2} - E_{k1}$ ，有

$$Fl = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

由于

$$F = F_{\text{牵}} - F_{\text{阻}}, F_{\text{阻}} = kmg, k = \frac{1}{50}$$

则

$$F_{\text{牵}} = \frac{mv^2}{2l} + kmg$$

把数值代入后得到

$$F_{\text{牵}} = 1.04 \times 10^5 \text{ N}$$

飞机平均牵引力的大小是 $1.04 \times 10^5 \text{ N}$ 。

从这个例题可以看出，动能定理不涉及物体运动过程中的加速度和时间，因此用它处理问题常常比较方便。

在应用动能定理时还应该注意，力对物体做的功可以为正值，也可以为负值。合力做正功时，物体的动能增加；合力做负功时，物体的动能减少。

【例题2】

人们有时用“打夯”的方式把松散的地面夯实（图8.3-3）。设某次打夯符合以下模型：两人同时通过绳子对重物各施加一个力，力的大小均为320 N，方向都与竖直方向成 37° ，重物离开地面30 cm后人停止施力，最后重物自由下落把地面砸深2 cm。已知重物的质量为50 kg， g 取 10 m/s^2 ， $\cos 37^\circ = 0.8$ 。求：（1）重物刚落地时的速度是多大？（2）重物对地面的平均冲击力是多大？



图 8.3-3

分析 如图8.3-4，甲表示重物在地面上受到人的作用力，乙表示上升30 cm后人停止施力，丙表示刚落地，丁表示砸深地面2 cm后静止。

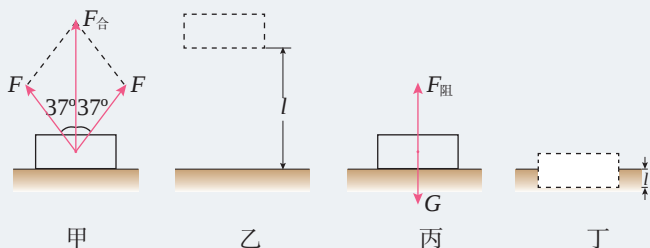


图 8.3-4

重物落地时的速度，即丙中重物的速度，可以对从甲至丙这一过程应用动能定理来求解。重物对地面冲击力的大小与从丙至丁这一过程中重物所受阻力的大小相等，可以对这一过程应用动能定理来求解。

解 （1）两根绳子对重物的合力

$$F_{\text{合}} = 2F \cos 37^\circ = 2 \times 320 \times 0.8 \text{ N} = 512 \text{ N}$$

由甲至丙只有绳子的拉力做功，应用动能定理可得

$$F_{\text{合}} l = \frac{1}{2} mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2F_{\text{合}} l}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 512 \times 0.3}{50}} \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s}$$

（2）由丙到丁的过程中，应用动能定理可得

$$mgl' - F_{\text{阻}} l' = 0 - \frac{1}{2} mv^2$$

$$F_{\text{阻}} = mg + \frac{mv^2}{2l'} = \left(50 \times 10 + \frac{50 \times 2.5^2}{2 \times 0.02} \right) \text{ N} = 8.3 \times 10^3 \text{ N}$$

重物落地时的速度大小为2.5 m/s，对地面的平均冲击力的大小为 $8.3 \times 10^3 \text{ N}$ 。

演绎推理

演绎推理是从一般性结论推出个别性结论的方法，即从已知的某些一般原理、定理、法则、公理或科学概念出发，推出新结论的一种思维活动。

比如，在“动能定理”的推导过程中，其出发点是将牛顿第二定律作为已知的知识来考虑，然后经历一系列数学推导，从而得到新的结论——动能定理。

练习与应用

1. 改变汽车的质量和速度，都可能使汽车的动能发生改变。在下列几种情况下，汽车的动能各是原来的几倍？

- A. 质量不变，速度增大到原来的 2 倍
- B. 速度不变，质量增大到原来的 2 倍
- C. 质量减半，速度增大到原来的 4 倍
- D. 速度减半，质量增大到原来的 4 倍

2. 把一辆汽车的速度从 10 km/h 加速到 20 km/h，或者从 50 km/h 加速到 60 km/h，哪种情况做的功比较多？通过计算说明。

3. 质量为 8 g 的子弹，以 300 m/s 的速度射入厚度为 5 cm 的固定木板（图 8.3-5），射穿后的速度是 100 m/s。子弹射穿木板的过程中

受到的平均阻力是多大？

4. 我们曾在第四章中用牛顿运动定律解答过一个问题：民航客机机舱紧急出口的气囊是一条连接出口与底面的斜面，若斜面高 3.2 m，斜面长 6.5 m，质量为 60 kg 的人沿斜面滑下时所受的阻力是 240 N，求人滑至底端时的速度大小， g 取 10 m/s^2 。请用动能定理解答。

5. 运动员把质量为 400 g 的足球踢出后（图 8.3-6），某人观察它在空中的飞行情况，估计上升的最大高度是 5 m，在最高点的速度为 20 m/s。不考虑空气阻力， g 取 10 m/s^2 。请你根据这个估计，计算运动员踢球时对足球做的功。



图 8.3-5



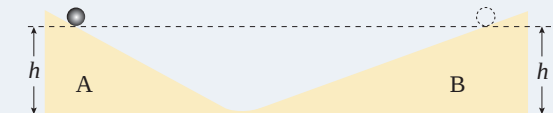
图 8.3-6

4 机械能守恒定律

问题 ?

伽利略曾研究过小球在斜面上的运动。他发现：无论斜面 B 比斜面 A 陡些或缓些，小球的速度最后总会在斜面上的某点变为 0，这点距斜面底端的竖直高度与它出发时的高度基本相同。

在小球的运动过程中，有哪些物理量是变化的？哪些是不变的？你能找出不变的量吗？



追寻守恒量

能量对于科学研究和日常生活有着巨大的影响，但要用一句话说清楚能量究竟是什么却非易事。这也许是牛顿未能把“能量”这一概念留给我们的原因之一。但是在牛顿之前，我们就已经能在力学领域发现它的萌芽。

如果不采用能量的概念，我们也可以利用以前的语言来描述伽利略的斜面实验。我们可以说，为了把小球从桌面提高到斜面上的某个位置，伽利略施加了与重力相反的力；当他释放小球时，重力使小球滚下斜面 A；在斜面的底部，小球由于惯性而滚上斜面 B。

但是，这样的描述不能直接表达一个最重要的事实：如果空气阻力和摩擦力小到可以忽略，小球必将准确地终止于它开始运动时的高度，不会更高一点，也不会更低一点。这说明某种“东西”在小球运动的过程中是不变的。

其实，伽利略已经走到了机械能守恒的大门口，只是当时还没有“能量”的概念，因此，伽利略没有得出机械能守恒的结论。

能量概念的引入是科学前辈们追寻守恒量的一个重要事例。

► 科学概念的力量在于它具有解释和概括一大类自然现象的能力。在这方面能量概念的作用十分突出。

动能与势能的相互转化

物体沿光滑斜面滑下时，重力对物体做正功，物体的重力势能减少。减少的重力势能到哪里去了？

我们发现，在这个过程中，物体的速度增加了，表示物体的动能增加了。这说明，物体原来的重力势能转化成了动能。

具有一定速度的物体，由于惯性沿光滑斜面上升，这时重力对物体做负功，物体的速度减小，表示物体的动能减少了。但由于物体的高度增加，它的重力势能增加了。这说明，物体的动能转化成了重力势能。

竖直向上抛出一个物体，随着物体高度的增加，它的速度会减小；当物体到达最高点后会转而下降，同时速度逐渐增大。这一过程同样可以从动能和重力势能相互转化的角度来分析。

不仅重力势能可以与动能相互转化，弹性势能也可以与动能相互转化。例如，被压缩的弹簧具有弹性势能，当弹簧恢复原来形状时，就把跟它接触的物体弹出去。这一过程中，弹力做正功，弹簧的弹性势能减少，而物体得到一定的速度，动能增加。再如，运动员从跳板上弹起的过程中，跳板的弹性势能转化为运动员的动能（图 8.4-1），也是这样一种过程。

重力势能、弹性势能与动能都是机械运动中的能量形式，统称为**机械能（mechanical energy）**。通过重力或弹力做功，机械能可以从一种形式转化成另一种形式。



图 8.4-1 跳板跳水

思考与讨论

一个小球在真空中做自由落体运动，另一个同样的小球在黏性较大的液体中由静止开始下落（图 8.4-2）。它们都由高度为 h_1 的地方下落到高度为 h_2 的地方。在这两种情况下，重力做的功相等吗？重力势能的变化相等吗？动能的变化相等吗？重力势能各转化成什么形式的能？

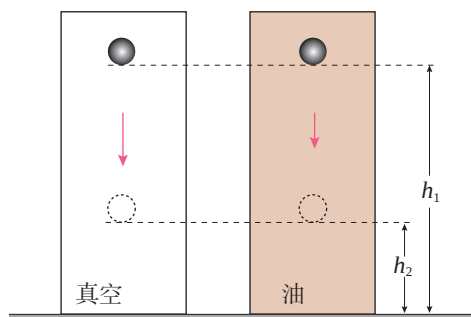


图 8.4-2 小球在真空和油中的下落

机械能守恒定律

动能与势能的相互转化是否存在某种定量的关系？

这里以动能与重力势能的相互转化为例，讨论这个问题。我们讨论物体沿光滑曲面滑下的情形。这种情形下，物体受到重力和曲面支持力的作用，因为支持力方向与运动方向垂直，支持力不做功，所以，只有重力做功。

在图 8.4-3 中，物体在某一时刻处在高度为 h_1 的位置 A，这时它的速度是 v_1 。经过一段时间后，物体下落到高度为 h_2 的另一位置 B，这时它的速度是 v_2 。用 W 表示这一过程中重力做的功。从动能定理知道，重力对物体做的功等于物体动能的增加，即

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

另一方面，重力对物体做的功等于物体重力势能的减少，即

$$W = mgh_1 - mgh_2$$

从以上两式可得

$$mgh_1 - mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

这就是说，重力做了多少功，就有多少重力势能转化为动能。把上式移项后得到

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

等式左边为物体末状态动能与势能之和，等式右边为物体初状态动能与势能之和。

可见，在只有重力做功的系统内，动能与重力势能互相转化时总的机械能保持不变。

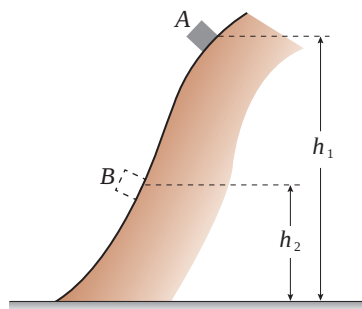


图 8.4-3 物体沿光滑曲面滑下

思考与讨论

在图 8.4-3 中，如果物体从位置 B 沿光滑曲面上升到位置 A，重力做负功。这种情况下上式的关系是否还成立？

同样可以证明，在只有弹力做功的系统内，动能和弹性势能互相转化时总的机械能也保持不变。在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以互相转化，



图 8.4-4

而总的机械能保持不变。这叫作**机械能守恒定律** (law of conservation of mechanical energy)。它是力学中的一条重要定律,是普遍的能量守恒定律在力学范围内的表现形式。如图 8.4-4,滑雪者沿斜面下滑时,斜面的支持力与运动方向垂直,不做功;如果阻力做的功较少,可以忽略,则只有重力做功。此种情况下,动能与重力势能可以互相转化,总的机械能守恒。如果阻力做的功较大,不能忽略,则机械能不守恒。

【例题】

把一个小球用细线悬挂起来,就成为**一个摆**(图 8.4-5),摆长为 l ,最大偏角为 θ 。如果阻力可以忽略,小球运动到最低点时的速度大小是多少?

分析 在阻力可以忽略的情况下,小球摆动过程中受重力和细线的拉力。细线的拉力与小球的运动方向垂直,不做功,所以这个过程中只有重力做功,机械能守恒。

小球在最高点只有重力势能,动能为 0,计算小球在最高点和最低点重力势能的差值,根据机械能守恒定律就能得出它在最低点的动能,从而算出它在最低点的速度。

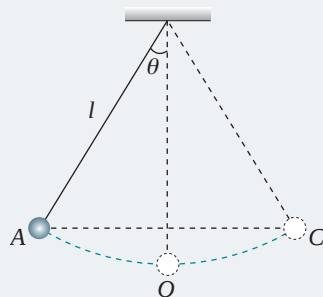


图 8.4-5

解 以小球为研究对象。设最低点的重力势能为 0,以小球在最高点的状态作为初状态,以小球在最低点的状态作为末状态。

在最高点的动能 $E_{k1} = 0$,重力势能是

$$E_{p1} = mg(l - l \cos \theta)$$

在最低点的重力势能 $E_{p2} = 0$,而动能可以表示为

$$E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2$$

运动过程中只有重力做功,所以机械能守恒,即

$$E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}$$

把初末状态下动能、重力势能的表达式代入,得

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(l - l \cos \theta)$$

由此解出小球运动到最低点时的速度大小

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$$

从得到的表达式可以看出，初状态的 θ 角越大， $\cos \theta$ 越小， $(1 - \cos \theta)$ 就越大， v 也就越大。也就是说，最初把小球拉得越高，它到达最低点时的速度也就越大。这与生活经验是一致的。

从这个例题可以看出，如果研究对象在某一过程中满足机械能守恒的条件，应用机械能守恒定律解决问题只需考虑运动的初状态和末状态，不必考虑两个状态间过程的细节，这样就简化了计算。如果直接用牛顿定律解决问题，需要分析过程中各种力的作用，而这些力又往往在变化着。因此，一些难于用牛顿定律解决的问题，应用机械能守恒定律则有可能易于解决。

守恒定律不仅给处理问题带来方便，而且有更深刻的意义。物理世界是千变万化的，但是，人们发现有些物理量在一定条件下是守恒的，可以用这些“守恒量”来表示物理世界变化的规律，这就是守恒定律。机械能守恒定律就是其中一个。正因为自然界存在着“守恒量”，而且，某些守恒定律的适用范围很广，所以，在物理学中寻求“守恒量”已经成为物理学研究的一种重要思想方法。

► 能量是人们研究物质世界非常重要的一个物理量，是物质运动的统一量度。物体运动虽然形式各异，但是每种运动都具有相应的能量。能量及其转化将各种运动统一、联系起来。

练习与应用

1. 在下面列举的各个实例中（除 A 外都不计空气阻力），哪些过程中机械能是守恒的？说明理由。

- A. 跳伞运动员带着张开的降落伞在空气中匀速下落
- B. 抛出的标枪在空中运动
- C. 拉着一个金属块使它沿光滑的斜面匀速上升
- D. 在光滑水平面上运动的小球碰到一个弹簧，把弹簧压缩后，又被弹回来

2. 如图 8.4-6，质量为 m 的小球从光滑曲面上滑下。当它到达高度为 h_1 的位置 A 时，速度的大小为 v_1 ；当它继续滑下到高度为 h_2 的位置 B 时，速度的大小为 v_2 。在由高度 h_1 滑到高度 h_2 的过程中，重力做的功为 W 。

(1) 根据动能定理列出方程，描述小球在

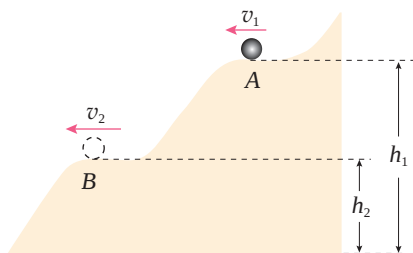


图 8.4-6

A、B 两点间动能的关系。

(2) 根据重力做功与重力势能的关系，把以上方程变形，以反映出小球运动过程中机械能是守恒的。

3. 质量为 0.5 kg 的石块从 10 m 高处以 30° 角斜向上方抛出（图 8.4-7），初速度 v_0 的大小为 5 m/s 。不计空气阻力， g 取 10 m/s^2 。

(1) 石块落地时的速度是多大？请用机械能守恒定律和动能定理分别讨论。

(2) 石块落地时速度的大小与下列哪些量

有关，与哪些量无关？说明理由。

- A. 石块的质量
- B. 石块的初速度
- C. 石块初速度的仰角
- D. 石块抛出时的高度

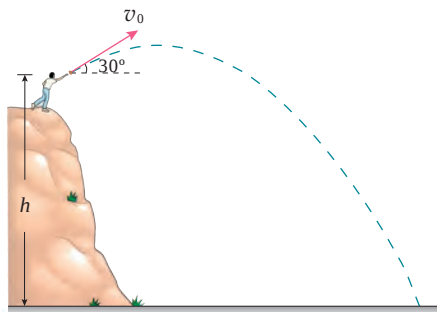


图 8.4-7

4. 一条轻绳跨过定滑轮，绳的两端各系一个小球 A 和 B，B 球的质量是 A 球的 3 倍。用手托住 B 球，当轻绳刚好被拉紧时，B 球离地面的高度是 h ，A 球静止于地面，如图 8.4-8 所示。释放 B 球，当 B 球刚落地时，求 A 球的速度大小。定滑轮的质量及轮与轴间的摩擦均不计，重力加速度为 g 。

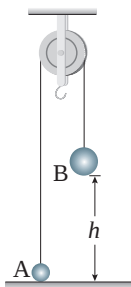


图 8.4-8

5. 把质量是 0.2 kg 的小球放在竖立的弹簧上，并把小球往下按至 A 的位置，如图 8.4-9 甲所示。迅速松手后，弹簧把小球弹起，小球

升至最高位置 C（图乙），途中经过位置 B 时弹簧正好处于自由状态。已知 B、A 的高度差为 0.1 m ，C、B 的高度差为 0.2 m ，弹簧的质量和空气的阻力均可忽略， g 取 10 m/s^2 。

（1）分别说出小球由位置 A 至位置 B、由位置 B 至位置 C 时，小球和弹簧的能量转化情况。

（2）小球处于位置 A 时，弹簧的弹性势能是多少？在位置 C 时，小球的动能是多少？

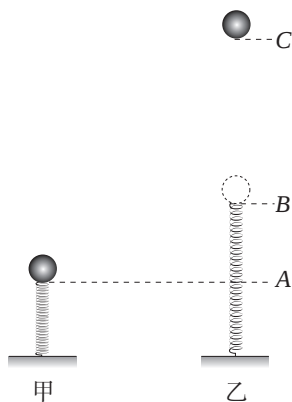


图 8.4-9

6. 图 8.4-10 是某城市广场喷泉喷出水柱的场景。从远处看，喷泉喷出的水柱超过了 40 层楼的高度；靠近看，喷管的直径约为 10 cm 。请你据此估计用于给喷管喷水的电动机输出功率至少有多大？



图 8.4-10

5 实验：验证机械能守恒定律

机械能守恒定律告诉我们，在只有重力或弹力做功的系统内，动能与势能相互转化时总的机械能保持不变。下面我们通过实验来研究物体运动过程中动能与重力势能的变化，从而验证机械能守恒定律。

实验思路

机械能守恒的前提是“只有重力或弹力做功”，因此研究过程一定要满足这一条件。想一想，满足这一条件的过程有哪些？

自由下落的物体只受到重力作用，满足机械能守恒的条件。

物体沿光滑斜面下滑时，虽然受到重力和斜面的支持力，但支持力与物体位移方向垂直（图 8.5-1），对物体不做功，这种情况也满足机械能守恒的条件。

用细线悬挂的小球摆动时，细线的拉力与小球的运动方向垂直，对物体不做功。如果忽略空气阻力，这个过程中只有重力做功，也满足机械能守恒的条件。

.....

以上几种情况都可以用来验证机械能守恒定律。

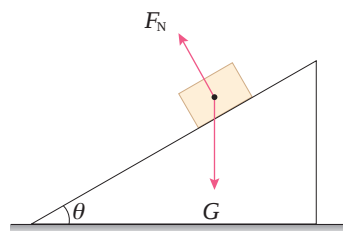


图 8.5-1

物理量的测量

研究对象确定后，还需要明确所需测量的物理量和实验器材。根据重力势能和动能的定义，很自然地想到，需要测量物体的质量、物体所处位置的高度以及物体的运动速度这三个物理量。

数据分析

根据选定的实验方案设计相应的表格记录实验数据。计算物体在选定位置上动能与势能的和是否满足

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

也可以计算重物在某两点间的动能变化和势能变化是否满足

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1 - mgh_2$$

本实验我们提供物体做自由落体运动及沿光滑斜面下滑这两种方案。你也可以设计其他方案来验证机械能守恒定律。

参考案例 1

研究自由下落物体的机械能

实验装置如图 8.5-2 所示。利用打点计时器记录重物自由下落的运动过程。

物体的质量可以用天平测出。

纸带上某两点的距离等于物体下落的高度差 Δh ，这样就能得到物体下落过程中重力势能的变化。

物体的瞬时速度可以用大家熟悉的方法从纸带测出，从而得到它在各点的动能。

比较重物在某两点间动能的变化与重力势能的变化，就能验证机械能是否守恒。

实验中需要注意的问题：

1. 重物下落过程中，除了重力外会受到哪些阻力？怎样减少这些阻力对实验的影响？
2. 重物下落时，最好选择哪两个位置作为过程的开始和结束的位置？

自由落体运动是匀变速直线运动。因此，也可以用一种更简单、更准确的方法测量物体下落时的瞬时速度。

A、B、C 是记录做匀加速直线运动物体的纸带上相邻的三个点（图 8.5-3）。根据学过的匀变速直线运动的规

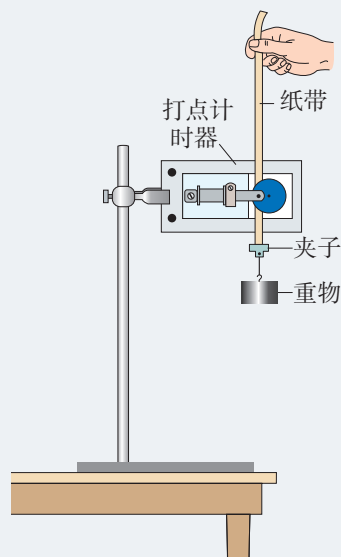


图 8.5-2 研究自由下落物体机械能的实验装置

► 实验时，其实可以不测量物体的质量。想一想，这是为什么？

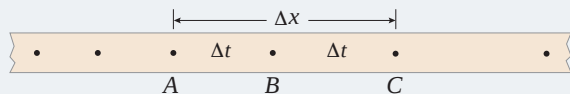


图 8.5-3 B 点的瞬时速度等于 A、C 点之间的平均速度

律可知，物体某段时间中间时刻的瞬时速度等于这段时间内的平均速度，即

$$v_B = v_{AC \text{ 平均}}$$

参考案例 2

研究沿斜面下滑物体的机械能

本案例中，我们利用气垫导轨和数字计时器记录物体沿光滑斜面下滑的运动过程。

气垫导轨上有很多小孔，气泵送来的压缩空气从小孔喷出，使得滑块与导轨之间有一层薄薄的空气层，两者不会直接接触。这样，滑块运动时受到的阻力很小，实验的精确度能大大提高。

计时系统的工作要借助于光源和光敏管（统称光电门）。光源与光敏管相对，它射出的光使光敏管感光。当滑块经过时，其上的遮光条把光遮住，与光敏管相连的电子电路自动记录遮光时间，通过数码屏显示出来。根据遮光条的宽度和遮光时间，可以算出滑块经过时的速度。因为这样的计时系统可以测出 0.001 s 的时间，并且能直接以数字显示，所以又叫数字毫秒计。

实验装置如图 8.5-4 所示。实验操作中，把气垫导轨调成倾斜状态，滑块沿倾斜的气垫导轨下滑时，重力势能减小，动能增大。测量滑块和挡光片的质量，用光电门测量滑块的瞬时速度。测量滑块下降的高度 Δh 和初、末速度 v_1 、 v_2 ，就可以验证机械能是否守恒。



图 8.5-4 研究沿斜面下滑物体的机械能的实验装置

1. 利用图 8.5-2 的装置做“验证机械能守恒定律”实验。

(1) 除带夹子的重物、纸带、铁架台(含铁夹)、打点计时器、导线及开关外,在下列器材中,还必须使用的器材是_____。

A. 交流电源 B. 刻度尺 C. 天平(含砝码)

(2) 实验中,先接通电源,再释放重物,得到图 8.5-5 所示的一条纸带。在纸带上选取三个连续打出的点 A、B、C,测得它们到起始点 O 的距离分别为 h_A 、 h_B 、 h_C 。

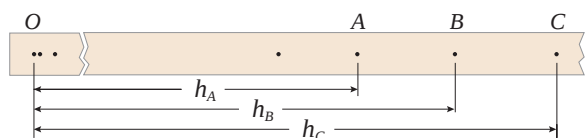


图 8.5-5

已知当地重力加速度为 g , 打点计时器打点的周期为 T 。设重物的质量为 m , 从打 O 点到打 B 点的过程中, 重物的重力势能变化了多少? 动能变化了多少?

(3) 很多实验结果显示, 重力势能的减少量略大于动能的增加量, 你认为原因是什么?

2. 图 8.5-6 为一种利用气垫导轨“验证机械能守恒定律”的实验装置。主要实验步骤如下:

A. 将气垫导轨放在水平桌面上, 将导轨调至水平。

B. 测出挡光条的宽度 d 。

C. 将滑块移至图示位置, 测出挡光条到光电门的距离 l 。

D. 释放滑块, 读出挡光条通过光电门的挡光时间 t 。

E. 用天平称出托盘和砝码的总质量 m 。

F. ……

回答下列问题:

(1) 在滑块从静止释放到运动到光电门的过程中, 系统的重力势能减少了多少?

(2) 为验证机械能守恒定律, 还需要测量哪个物理量?

(3) 若要符合机械能守恒定律的结论, 以上测得的物理量应该满足怎样的关系?

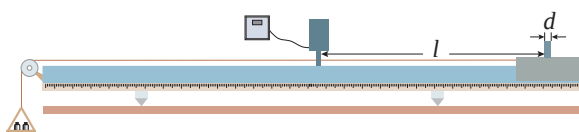


图 8.5-6

A 组

1. 一个弹性很好的橡胶球被竖直抛下，落到坚硬的水平地面上被弹回，回跳的高度比抛出点高 2 m，那么，在抛出点必须以多大的速度将球向下抛出？不计空气阻力和球与地面碰撞时的能量损失。

2. 一台起重机，匀加速地将质量 m 为 $1.0 \times 10^3 \text{ kg}$ 的货物从静止开始竖直吊起，在 2 s 末货物的速度 v 为 4.0 m/s，不计空气阻力， g 取 10 m/s^2 。

(1) 求起重机在这 2 s 内的输出功率。

(2) 求起重机在 2 s 末的输出功率。

3. 沿倾角为 θ 的斜面向上推一个质量为 m 的木箱，推力 F 与斜面平行，推上的距离为 x ，木箱与斜面间的动摩擦因数为 μ ，重力加速度大小为 g ，请完成下述要求。

(1) 画出题中物理情境的示意图，并画出木箱所受的各个力，用字母标明力的名称。

(2) 写出各力做功的表达式。

(3) 写出各力做功的代数和，即总功的表达式。

(4) 写出合力的表达式。

(5) 写出合力做功的表达式，并与总功的表达式加以比较。

4. 质量为 m 的汽车，启动后沿平直路面行驶，如果发动机的输出功率恒为 P ，且行驶过程中受到的阻力大小一定，汽车能够达到的最大速度为 v 。

(1) 求行驶过程中汽车受到的阻力大小。

(2) 当汽车的车速为 $\frac{v}{4}$ 时，求汽车的瞬时加速度的大小。

5. 从地面以 v_0 的速度竖直向上抛出一物体，不计空气阻力，重力加速度为 g ，以地面为重力势能的零势能面。

(1) 求物体上升的最大高度 h 。

(2) 物体的重力势能为动能的一半时，求物体离地面的高度 h_1 。

(3) 物体的重力势能和动能相等时，求物体离地面的高度 h_2 。

(4) 物体的动能是重力势能的一半时，求物体离地面的高度 h_3 。

(5) 物体的速率为 $\frac{v_0}{2}$ 时，求物体离地面的高度 h_4 。

6. 如图 8-1，光滑水平面 AB 与竖直面内的粗糙半圆形导轨在 B 点相接，导轨半径为 R 。一个质量为 m 的物体将弹簧压缩至 A 点后由静止释放，在弹力作用下物体获得某一向右速度后脱离弹簧，它经过 B 点的速度为 v_1 ，之后沿半圆形导轨运动，到达 C 点的速度为 v_2 。重力加速度为 g 。

(1) 求弹簧压缩至 A 点时的弹性势能。

(2) 求物体沿半圆形导轨运动过程中阻力所做的功。

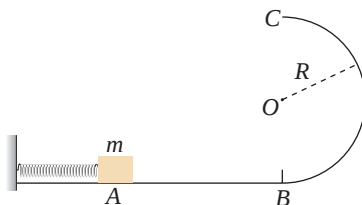


图 8-1

B 组

1. 如图 8-2 所示, 一质量为 m 的小球, 用长为 l 的轻绳悬挂于 O 点的正下方 P 点。已知重力加速度大小为 g 。

(1) 小球在水平拉力的作用下, 从 P 点缓慢地移动到 Q 点, 求水平拉力 F 做的功。

(2) 小球在水平恒力 $F = mg$ 的作用下, 从 P 点运动到 Q 点, 求小球在 Q 点的速度大小。

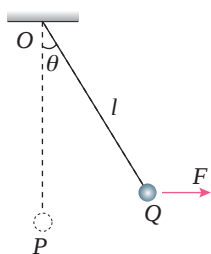


图 8-2

2. A、B 两物体的质量之比 $m_A : m_B = 2 : 1$, 它们以相同的初速度 v_0 在水平面上做匀减速直线运动, 直到停止, 其 $v-t$ 图像如图 8-3 所示。此过程中, A、B 两物体受到的摩擦力做的功之比 $W_A : W_B$ 是多少? A、B 两物体受到的摩擦力之比 $F_A : F_B$ 是多少?

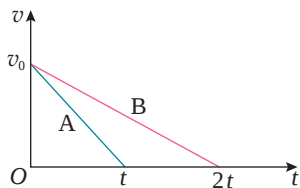


图 8-3

3. 某地有一风力发电机 (图 8-4), 它的叶片转动时可形成半径为 20 m 的圆面。某时间内该地区的风速是 6.0 m/s , 风向恰好跟叶片转动的圆面垂直, 已知空气的密度为 1.2 kg/m^3 , 假如这个风力发电机能将此圆内 10% 的空气动能转化为电能。

(1) 求单位时间内冲击风力发电机叶片圆面的气流的体积。



图 8-4

(2) 求单位时间内冲击风力发电机叶片圆面的气流的动能。

(3) 求此风力发电机发电的功率。

4. 如图 8-5, 某一斜面的顶端到正下方水平面 O 点的高度为 h , 斜面与水平面平滑连接。一小木块从斜面的顶端由静止开始滑下, 滑到水平面上的 A 点停下。已知小木块与斜面、水平面间的动摩擦因数均为 μ , 求木块在水平面上停止点 A 的位置到 O 点的距离 x , 并讨论: x 与斜面倾角 θ 的大小是否有关?

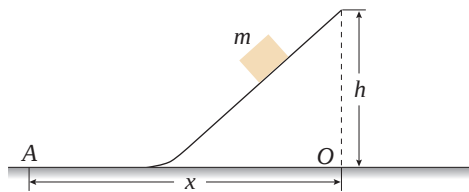


图 8-5

5. 如图 8-6 所示, 竖直轻弹簧固定在水平地面上, 弹簧的劲度系数为 k , 原长为 l 。质量为 m 的铁球由弹簧的正上方 h 高处自由下落, 与弹簧接触后压缩弹簧, 当弹簧的压缩量为 x 时, 铁球下落到最低点。不计空气阻力, 重力加速度为 g 。

(1) 铁球下落到距地面多高时动能最大?

(2) 以上过程中弹簧弹性势能的最大值是多少?

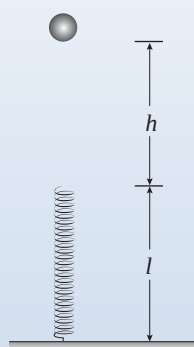


图 8-6

6. 如图 8-7 所示, 轻质动滑轮下方悬挂重物 A、轻质定滑轮下方悬挂重物 B, 悬挂滑轮的轻质细线竖直。开始时, 重物 A、B 处于静止状态, 释放后 A、B 开始运动。已知 A、B 的质量相等, 假设摩擦阻力和空气阻力均忽略不计, 重力加速度为 g , 当 A 的位移为 h 时,

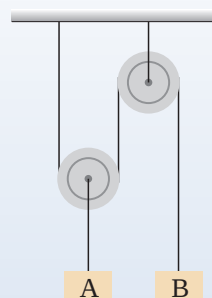


图 8-7

A 的速度有多大?

7. 某海湾共占面积 $1.0 \times 10^6 \text{ m}^2$ (图 8-8), 涨潮时水深 20 m, 若利用这个海湾修建一座水坝, 此时关上水坝的闸门时, 可使水位保持 20 m 不变。退潮时, 坝外水位降至 18 m。假如利用此水坝建水力发电站, 且重力势能转化为电能的效率是 10%, 每天有两次涨潮, 涨潮和退潮时水流都推动水轮机发电, 试估算该电站一天能发多少电能?

图 8-8



课题研究

研究样例

关于甩手动作的物理原理研究

问题的提出

人们在长期生活和劳动中，形成了许多动作习惯。这些习惯的动作，之所以能有效地达到我们动作的目的，其背后必定有相关物理原理的支撑。剖析这些动作的物理原理，无论是对提高竞技体育的成绩，还是优化科技产品的设计都是有价值的。特别是作为物理课程的学习者，研究人体动作的物理原理，对增强理论联系实际的意识和发展科学思维能力都具有积极的意义。

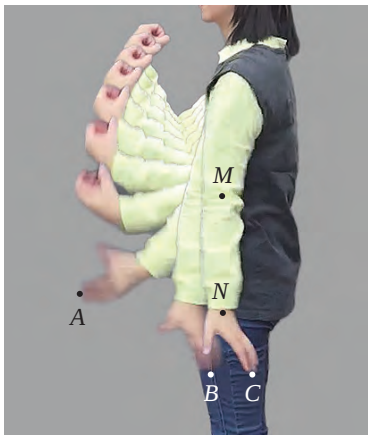
本课题研究人甩手动作的物理原理。例如，要把湿手上的水甩掉，人通常的甩手动作是怎样的？为什么这样的动作容易把水甩掉？

甩手动作的实验记录

图研 -1 是一幅记录甩手动作的图片，体现了把手指上的水滴甩掉的过程。这幅图片是由家用摄像机拍摄视频后制作的（每秒 25 帧，也可以利用手机的摄像功能拍摄），它真实地记录了手臂各部位在不同时刻的位置信息。如果知道摄像时的帧频，就知道相邻两动作之间的时间间隔，便可以对各部位的位置—时间关系进行分析，从而发现隐含在甩手动作中的物理原理。

甩手动作的运动模型分析

从分析运动的视角看，人的上肢可以认为由上臂、前臂和手掌组成。现把图研 -1 按上臂、前臂、手掌的结构简化为图研 -2。可以看出，在甩手过程中，上臂以肩关节 O_1 为转动轴转动，此时肘关节 O_2 在做圆周运动，圆心为 O_1 、半径为 r_1 ；腕关节 O_3 相对 O_2 的运动，是以 O_2 为圆心、 r_2



图研 -1 甩手轨迹图

为半径的圆周运动；手指上某水滴 P 相对腕关节的运动也是圆周运动，其圆心为 O_3 、半径为 r_3 。这样， P 点除了绕 O_3 做圆周运动之外，同时还叠加了 O_3 相对 O_2 的运动和 O_2 相对 O_1 的运动，因此， P 点具有较大的线速度。由于 P 点绕 O_3 做圆周运动的半径 r_3 很小，由向心力公式可知，如果水滴 P 要继续停留在手上，需要很大的向心力。否则水滴便会做离心运动，飞离手指。

■ 甩手动作的数据分析

1. 测量照片与实物尺寸的缩放比例。通过对照片的测量了解照片所反映的实物尺寸，首先要知道照片尺寸与实物尺寸的缩放比例。为此，测量实验者手臂自然下垂时肩膀到指尖的实际长度，实测为 65 cm（图研-3），再测量照片中的相应位置的长度，便得到照片与实物的缩放比例。知道这个比例，测量照片上某两点之间长度的值，就可以算出这两点在实验时的真实距离。

2. 估算指尖的最大向心加速度。用 $a_{\text{向}} = \frac{v^2}{r}$ 公式来计算指尖的最大向心加速度。

如图研-1 所示， A 、 B 、 C 是甩手动作最后 3 帧照片指尖的位置，测得 A 、 B 之间的距离为 26 cm，已知相邻两帧之间的时间间隔为 0.04 s。由此可以计算指尖在 A 、 B 间运动的平均速度为 6.5 m/s，粗略认为这就是甩手动作最后阶段指尖作圆周运动的线速度。

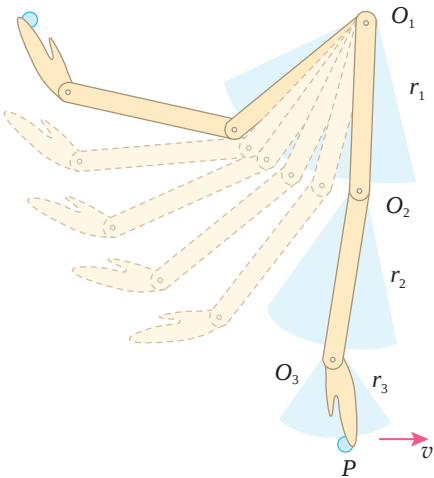
下面需要测量指尖在 AB 运动过程最后阶段的运动半径。可以根据照片建构 A 、 B 之间的运动模型：开始阶段，指尖 A 以肘关节 M 为圆心做圆周运动，到接近 B 的最后时刻，指尖以腕关节 N 为圆心做圆周运动。根据上述模型，指尖在 B 点附近做曲线运动的半径等于图中 BN 的长度，测得为 17 cm。由此计算指尖的向心加速度约为

$$a_{\text{向}} = \frac{v^2}{r} = \frac{6.5^2}{0.17} \text{ m/s}^2 = 249 \text{ m/s}^2 \approx 25 g$$

■ 对数据分析的实验检验

指尖的向心加速度约 25 g ，真有这么大的加速度吗？在手机上安装相应的应用程序，用手机的加速度传感器进行检验。

因为很难把手机固定在指尖，所以测量指尖部位的加



图研-2 甩手过程分析图

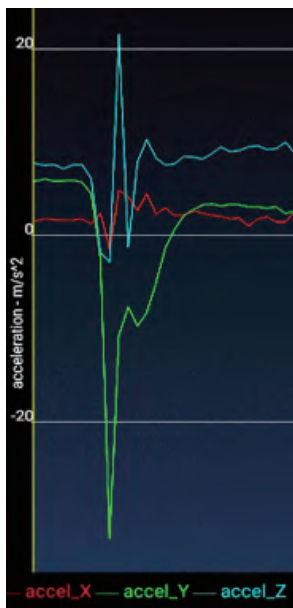


图研-3 测量手臂到指尖的长度

► 在甩手动作的末段，指尖急速停下，因此指尖还有较大的切向加速度。指尖的加速度是向心加速度和切向加速度的矢量和。有兴趣的同学可以作进一步的估算。



图研 -4 用手机中的传感器测量手腕的向心加速度



图研 -5 手机显示的传感器测量结果

► 图研 -5 中有一条蓝色的曲线,记录的是手腕部位的切向加速度,本研究暂忽略。

速度不容易操作。可以考虑用手机测量手腕部位(图研 -1 中的 N 点)做圆周运动的向心加速度。如图研 -4 所示,用手指和手掌握住手机,使手机中心对准腕关节,且手机的长边跟前臂平行。(不同型号的手机,加速度传感器所在的位置可能不同。请查找资料,采用合适的握法握紧手机,完成实验。)

甩手时(此时腕关节不转动,因为测的是手腕部位的加速度),手机显示了 x 、 y 、 z 三个坐标轴方向的加速度值(图研 -5)。其中 y 方向的加速度(绿色图线)是手腕部位的向心加速度,最大值约等于 32 m/s^2 。

从图研 -1 可以测出 AB 的弧长大约是 N 点在相同时间内通过弧长的 2.2 倍, B 点的线速度 v_B 也为 N 点线速度 v_N 的 2.2 倍, $v_B = 2.2v_N$ 。 B 点做圆周运动的半径 NB 大约是 N 点做圆周运动半径 MN 的 $\frac{3}{5}$, $r_B = \frac{3}{5}r_N$ 。由公式 $a_{\text{向}} = \frac{v^2}{r}$ 可以得出

$$a_B = \frac{v^2}{r} = \frac{(2.2v_N)^2}{\frac{3}{5}r_N} = 8a_N$$

即指尖 B 点的向心加速度大约是手腕 N 点的 8 倍, 为 $8 \times 32 \text{ m/s}^2 = 258 \text{ m/s}^2$, 与数据分析所得的 $a_{\text{向}} = 249 \text{ m/s}^2$ 很接近。因此, 数据分析的结果基本可信。

结论

指尖的向心加速度最大时竟然达到重力加速度的 25 倍, 水滴之间的相互作用力无法满足这种运动的受力要求, 因此手上的水滴被甩出。

甩手时的指尖之所以能产生这么大的向心加速度, 这里包含着两个方面的物理原理。

第一, 利用了运动的合成。手指对手腕、手腕对前臂、前臂对上臂的运动都是在最后阶段达到最大, 三个运动的叠加使手指在甩手过程的最后获得了最大瞬时速度, 从图研 -1 中 AB 之间的距离突然变大可以体会到这点。

第二, 利用了圆周运动。手臂运动的最后一刻, 指尖做圆周运动, 圆心是腕关节, 半径很小, 由此产生了巨大的向心加速度。

以上研究给我们带来了重要启示: 人们(以及动物)

的动作习惯是通过有效经验的积累形成的，其中隐藏着许多物理原理。对这些动作进行物理原理研究，不仅可以进一步从原理上改进动作的效果（如竞技体育的动作训练），还可以从“仿生”的角度对人类工具作进一步的优化。

参考选题

掷标枪动作的物理原理研究

研究内容

掷标枪竞赛是奥运会田径竞赛项目，掷标枪有以下关键动作。

1. 握枪：标枪上缠有粗绳，中指、无名指、小指握在缠绳的末端，大拇指和食指握在枪杆上，紧贴缠绳（图研-6）。

2. 助跑：采用一定步伐助跑，助跑后期，持枪手臂向后延伸。

3. 投掷：在后仰基础上，躯干前屈带动手臂、手腕，把标枪沿一定角度发力投出（图研-7）。

以上动作，包含了诸多物理原理。本研究旨在深入剖析这些动作的物理原理。



图研-6 握标枪的动作



图研-7 掷标枪

索引

(名词后面的数字是该名词中、英文第一次出现的页码)

D

第二宇宙速度	60
第三宇宙速度	60
第一宇宙速度	60
动能	85
动能定理	85

G

功率	76
----	----

J

机械能	90
机械能守恒定律	92
角速度	24

P

平抛运动	10
抛体运动	10
抛物线	16

Q

切线	3
曲线运动	1

T

弹性势能	82
------	----

W

万有引力定律	52
--------	----

X

线速度	23
向心加速度	31
向心力	27

Y

引力常量	52
圆周运动	22
匀速圆周运动	24

运动的分解	8
运动的合成	8

Z

重力势能	80
周期	25

后 记

本册教科书是×××出版社依据教育部《普通高中物理课程标准（2017年版）》编写的，经国家教材委员会2018年审查通过。

本册教科书的编写，集中反映了我国十余年来普通高中课程改革的成果，吸取了2004年版《普通高中课程标准实验教科书物理》的编写经验，凝聚了参与课改实验的教育专家、学科专家、教材编写专家、教研人员和一线教师，以及教材设计装帧专家的集体智慧。本册教科书的执笔者还有……

我们感谢2004年版《普通高中课程标准实验教科书物理》的编写人员……。××省、××市的部分师生对教科书的编写研讨和试教工作提供了帮助与支持，在此一并致谢。

本册教科书出版之前，我们通过多种渠道与教科书选用作品（包括照片、画作）的作者进行了联系，得到了他们的大力支持。对此，我们表示衷心的感谢！恳请未联系到的作者与我们联系，以便及时支付稿酬。

我们真诚地希望广大教师、学生及家长在使用本册教科书的过程中提出宝贵意见。我们将集思广益，不断修订，使教科书趋于完善。

联系方式

电话：

电子邮箱：

×××出版社

2018年8月